



Condensat de Bose-Einstein dans un piège habillé: modes collectifs d'un superfluide en dimension deux

Karina Merloti

► To cite this version:

Karina Merloti. Condensat de Bose-Einstein dans un piège habillé: modes collectifs d'un superfluide en dimension deux. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paris-Nord - Paris XIII, 2013. Français. NNT: . tel-00949914

HAL Id: tel-00949914

<https://theses.hal.science/tel-00949914>

Submitted on 20 Feb 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ PARIS 13, SORBONNE PARIS CITÉ
INSTITUT GALILÉE
LABORATOIRE DE PHYSIQUE DES LASERS

Thèse présentée par

Karina Merloti

pour obtenir le grade de

*Docteur de l'Université Paris 13,
Sorbonne Paris Cité*

Sujet :

*Condensat de Bose-Einstein dans un piège
habillé : modes collectifs d'un superfluide en
dimension deux*

Soutenue le 11 décembre 2013 devant le jury composé de :

M.	Thomas BOURDEL	Rapporteur
M.	Thorsten SCHUMM	Rapporteur
M.	Aidan ARNOLD	Examineur
M.	David GUERY-ODELIN	Examineur
M.	Bruno MANIL	Examineur
Mme	Hélène PERRIN	Directrice de Thèse

Table des matières

Remerciements	7
Introduction générale	9
1 Gaz dégénéré en dimension deux	15
1.1 Condensation de Bose-Einstein	15
1.1.1 Saturation des états excités	15
1.1.2 Gaz idéal en dimension deux (2D)	16
1.1.3 Effet des interactions	17
1.2 Régime d'interactions faibles	17
1.2.1 Équation de Gross-Pitaevskii	18
1.2.2 Formulation hydrodynamique et vortex	19
1.3 Restriction en dimension deux	20
1.3.1 Critères pour atteindre le régime bidimensionnel	20
1.3.2 Loi d'échelle	21
1.3.3 Critère de Landau pour la superfluidité	21
1.3.4 Transition BKT	24
1.3.5 Mises en évidence expérimentales de la transition BKT	26
2 Description du montage expérimentale	29
2.1 Enceinte à vide et pièges	30
2.1.1 Piège magnéto-optique 2D	30
2.1.2 Piège magnéto-optique 3D	32
2.1.3 Cellule science et piège magnétique	33
2.2 Bobines de transport	34
2.2.1 Fabrication	36
2.2.2 Test des bobines	38
2.2.3 Transport magnétique	39
2.3 Système laser	41
2.3.1 Lasers à 780 nm	41
2.3.2 « Bouchon laser » à 532 nm	43

2.3.2.1	Montage avec une cellule à effet Pockels	43
2.3.2.2	Montage avec un modulateur acousto-optique	44
2.3.2.3	Contrôle précis du pointé	44
2.4	Sources radiofréquence	45
2.4.1	Radiofréquence pour l'habillage	45
2.4.1.1	Antennes d'habillage	45
2.4.1.2	Synthétiseur « maison »	47
2.4.2	Autres sources rf	48
2.5	Imagerie par absorption	49
2.5.1	Principe général	49
2.5.2	Imagerie horizontale	50
3	Condensation dans un piège quadrupolaire bouché	53
3.1	Introduction	53
3.2	Les transitions Majorana	54
3.2.1	Modèle dans un piège quadrupolaire	54
3.2.2	Pertes Majorana pendant le refroidissement par évaporation	58
3.3	Piège quadrupolaire bouché	61
3.3.1	Potentiel de piégeage	61
3.3.2	Caractérisation du piège	63
3.3.2.1	Position des minima	63
3.3.2.2	Fréquences d'oscillation	66
3.3.2.3	Sensibilité aux paramètres expérimentaux	67
3.3.2.4	Bouchon légèrement décentré	68
3.4	Production du condensat	69
3.4.1	Séquence expérimentale et refroidissement par évaporation	69
3.4.2	Alignement du faisceau bouchon	73
3.4.3	Durée de vie et chauffage	73
3.5	Caractérisation expérimentale du piège bouché	75
3.5.1	Champ magnétique au fond du piège	75
3.5.2	Fréquences d'oscillation	76
3.5.3	Paramètres du bouchon optique	77
4	Piège quadrupolaire habillé : de 3D à 2D	79
4.1	État de l'art	79
4.2	Piège quadrupolaire habillé en présence de gravité	80
4.2.1	Polarisation linéaire	81
4.2.2	Polarisation circulaire	83
4.2.3	Contrôle fin de la géométrie	84
4.2.4	Pertes Landau-Zener	84
4.3	Réalisation expérimentale	85
4.3.1	Transfert	86
4.3.2	Caractérisation	88
4.3.2.1	Rayon de la bulle	89
4.3.2.2	Fréquences d'oscillations	90

4.3.2.3	Durée de vie et chauffage	91
4.4	Production d'un gaz quasi-2D	95
4.4.1	Gaz quasi-2D dans le piège habillé	96
4.4.2	Transition BKT ?	100
5	Modes collectifs dans un gaz 2D	101
5.1	Introduction	101
5.2	Prédictions théoriques	103
5.2.1	Piège à symétrie cylindrique	103
5.2.1.1	Gaz classique	103
5.2.1.2	Condensat 3D	104
5.2.1.3	Régime quasi-2D	105
5.2.2	Piège anisotrope	105
5.2.2.1	Gaz classique	105
5.2.2.2	Gaz quantique	106
5.3	Réalisation expérimentale	109
5.3.1	Mode monopolaire	109
5.3.1.1	Excitation du monopole	110
5.3.1.2	Résultats	110
5.3.2	Mode quadrupolaire	112
5.3.2.1	Excitation du quadrupole	112
5.3.2.2	Résultats	113
5.3.3	Mode ciseau	115
5.3.3.1	Excitation du mode ciseau	115
5.3.3.2	Résultats	117
	Conclusion	123

Annexes

A	Imagerie verticale du gaz 2D	129
A.1	Système d'imagerie verticale	129
A.2	Imagerie par absorption de nuages denses	132
A.2.1	Calibration de l'absorption	134
A.2.2	Mesure <i>in situ</i> de la température	137
A.2.3	Mesure en temps de vol de la température par imagerie horizontale	139
A.2.4	Conclusion	139
B	Calibration de l'antenne de spectroscopie	141

C Potentiels adiabatiques	143
C.1 Expression des potentiels adiabatiques	143
C.2 Polarisation linéaire	146
C.3 Polarisation circulaire	148
 Bibliographie	 149

Remerciements

Au cours de ces trois années de thèse, j'ai travaillé avec des personnes extraordinaires au sein d'un laboratoire à l'ambiance incomparable ! Il est temps d'exprimer ma gratitude pour toutes les contributions apportées au travail présenté dans ce manuscrit.

D'abord, je remercie une femme brillante que j'ai eu la chance de rencontrer, qui m'a beaucoup appris aussi bien sur le plan scientifique qu'humain, et que j'admire énormément. Hélène Perrin, merci pour m'avoir acceptée comme ton étudiante de thèse, pour m'avoir sagement guidé et encouragée pendant ces années, pour ta grande disponibilité, pour ta patience avec mon français imparfait, pour avoir toujours la maison et le cœur grand ouverts, et pour toutes les délicieuses tartes au citron qui ont marqué les moments de réussite que nous avons partagés !

Ces moments ont été le fruit du travail d'une équipe efficace, que je tiens à remercier chaleureusement. Merci à Vincent Lorent pour m'avoir intégrée dans cette équipe, pour son soutien et pour ses anecdotes remplies de bonne humeur. Pendant la plupart de ma thèse, j'ai eu la chance de travailler au quotidien avec Romain Dubessy, et cela a été une expérience à la fois formatrice et décontractée. Un grand merci à lui pour son implication et son efficacité, pour les idées créatives, les décisions rapides et bien visées, pour avoir su tirer le meilleur de moi. Merci beaucoup à Laurent Longchambon pour son expérience, pour ses nombreuses qualités d'expérimentateur et sa pédagogie exceptionnelle, pour les consignes précieuses et le contact très agréable. Je remercie aussi Aurélien Perrin pour son contact toujours enrichissant, sa disponibilité et sa contribution essentielle dans le traitement d'images. Un grand merci à Paul-Éric Pottier, qui a été ingénieur de recherche dans l'équipe pendant mes deux premières années de thèse. Son travail compétent a été fondamental pour l'avancement du projet à plusieurs reprises. Merci à Thomas Badr pour son soutien et support réactif à la toute fin de ma thèse. Merci à Thomas Liennard, ancien thésard dans l'équipe, pour son implication dans le projet, et merci aussi à Dany Ben Ali pour son aide avec la prise de certaines données.

Je suis très reconnaissante à Thomas Bourdel et Thorsten Schumm pour leur lecture attentive de mon manuscrit en tant que rapporteurs. Je remercie également Aidan Arnold, David Guéry-Odelin et Bruno Manil pour avoir accepté d'examiner mon travail. Merci à tous les membres de mon jury de thèse pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon

sujet de thèse, pour leurs remarques et questions pertinentes.

Au cours de ma thèse, j'ai eu l'occasion de collaborer avec des chercheurs remarquables qui ont éclairci des nouvelles directions pour mes travaux. Je tiens à remercier chaleureusement Maxim Olshanii pour son enthousiasme et pour les fructueux échanges sur l'équation d'état d'un gaz 2D en présence d'une troisième dimension et le mode monopolaire. Je remercie également Barry Garraway pour la richesse des discussions sur les pertes Landau-Zener dans un piège habillé.

J'adresse mes plus vifs remerciements aux techniciens du laboratoire, en particulier à Fabrice Wiotte et Albert Kaladjian, qui m'ont fait profiter de leur talent et de leur soutien compétent en électronique et mécanique, respectivement. Sans eux, le travail présenté dans ce manuscrit n'aurait pu aboutir. Je remercie également le soutien indispensable et l'efficacité du personnel administratif du laboratoire, plus particulièrement Martine Alsters et Solen Guezennec.

L'expérience a bénéficié de la contribution de plusieurs stagiaires qui sont passés dans l'équipe : Loïc Maxel, Aïness Benabdesadok, Abdoulaye Camara, Thomas Rigaldo, Christopher Langrand et Matthieu Pierens. Je remercie leur apport et dynamisme. La suite de l'expérience est assurée par Camilla De Rossi, la nouvelle thésarde de l'équipe, à qui je souhaite plein de résultats et de réussite !

De façon générale, je souhaite remercier tous les permanents, doctorants et post-doctorants du laboratoire avec lesquels j'ai eu le plaisir d'interagir pendant mes années de thèse. Je garderai un agréable souvenir des moments passés, de nos échanges et de la bonne ambiance qui règne au laboratoire (et aussi sur le chemin de retour à Paris) !

Je ne pourrai pas mettre le point final à ce manuscrit sans remercier les personnes avec qui j'ai partagé des moments en dehors du laboratoire et qui ont contribué à ce travail de façon plus indirecte, en apportant sans faille leur cher soutien : mes amis, ma famille et mon fiancé Júlio. À eux, je me permets de m'adresser dans ma langue maternelle.

Antes de por um ponto final neste manuscrito de tese, gostaria de agradecer às pessoas que me apoiaram sem falta durante essa jornada e que indiretamente também contribuíram com a realização deste trabalho. A começar pela comunidade de amigos que tive a sorte de encontrar na França e que, constituindo para mim uma segunda família, me ajudou a superar tantas dificuldades e a tornar este solo uma segunda casa. Felizmente, os nomes são muitos pra serem citados aqui sem injustiças, mas que cada um reconheça a estima que tenho pela sua amizade !

À toda minha família longínqua, gostaria de agradecer o suporte aos meus projetos, mesmo quando eles me levaram a um oceano de distância de todos. Mãe, pai, muito do que sou hoje é um reflexo de vocês dois, e essa conquista só foi possível por tudo o que me foi proporcionado e pelo qual serei eternamente grata ! Muito obrigada por priorizarem sempre minha educação e por respeitarem minhas escolhas. Para finalizar, Júlio, as palavras são escassas para expressar minha gratidão pelo seu apoio, compreensão e amor intermináveis que me sustentaram no dia a dia durante esses anos, principalmente nos momentos mais provadores. Muito obrigada por tornar minha vida mais bela e doce ao seu lado !

Introduction générale

Condensation de Bose-Einstein

Cette thèse s'inscrit dans le cadre général des gaz quantiques dégénérés, plus particulièrement dans le cas des bosons. La condensation de Bose-Einstein est un phénomène quantique prévu en 1924 par Albert Einstein [1, 2], qui généralise les travaux de Bose sur le comportement statistique des photons [3]. Albert Einstein prédit qu'une assemblée de bosons — particules de spin entier — sans interactions devra développer une population macroscopique dans l'état de plus basse énergie en dessous d'une température critique, qui dépend du nombre total d'atomes et de la géométrie du système. Cette transition de phase a lieu quand la longueur d'onde de de Broglie thermique des particules¹ devient comparable à la distance moyenne interparticulaire. La théorie d'Einstein est restée dans les tiroirs pendant des années, jusqu'à être reconsidérée en 1937 par F. London lors de la découverte de la superfluidité de l'hélium liquide en dessous d'une certaine température [4]. London remarque que la température de transition de l'hélium liquide vers son état superfluide était très proche de la température critique de condensation d'un gaz parfait de même densité, ce qui suggère que les deux phénomènes sont liés.

À cause des fortes interactions dans l'hélium superfluide, une description microscopique du système est ardue. Au contraire, elle est beaucoup plus facile dans le cas des gaz dilués, dans lesquels les interactions restent faibles. Dans le cas des condensats de Bose-Einstein, l'équation de Gross-Pitaevskii [5, 6] décrit bien le système en prenant en compte les interactions qui agissent sur une particule par un terme de champ moyen.

Pour atteindre le seuil de condensation dans un gaz dilué, il fallait le refroidir à des températures jamais atteintes, de l'ordre de 100 nK, ce qui a demandé le développement des nouvelles techniques permettant de contrôler le nuage atomique. Une première étape a été franchie avec la réalisation du refroidissement laser sur des ions [7, 8] et des atomes neutres [9]. Le prochain pas vers la condensation a eu lieu avec la réalisation du piège magnéto-optique [10], qui permet à la fois de piéger et de refroidir les atomes. Les progrès menant au refroidissement laser, au piégeage magnétique [11], optique [12] et

1. Définie par $\Lambda = h/\sqrt{2\pi M k_B T}$ où M est la masse d'une particule et T est la température du gaz.

magnéto-optique d'atomes ont valu le prix Nobel de physique 1997 à Claude Cohen-Tannoudji, Steven Chu et William D. Phillips.

Ces progrès ont joué un rôle décisif pour la suite, mais n'ont pas permis seuls de franchir le seuil de condensation à cause de l'émission spontanée, limitant la température, et de la diffusion multiple de photons, limitant la densité atteignable. Le seuil n'a été franchi qu'après l'implémentation du refroidissement par évaporation, technique inventée dans les années 80 par H. F. Hess pour l'hydrogène polarisé [13], et permettant d'expulser du piège les atomes les plus énergétiques [14, 15, 16]. Plusieurs dizaines années se sont écoulées depuis la prédiction de la condensation de Bose-Einstein jusqu'à la réalisation des premiers condensats avec des atomes ultra-froids. En 1995, la condensation de Bose-Einstein a été réalisée par Eric Cornell et Carl Wieman sur des atomes de rubidium 87 [17], puis par le groupe de Wolfgang Ketterle [18] sur des atomes de sodium, en leur valant le prix Nobel de physique 2001. Jusqu'à nos jours, des condensats de nombreuses espèces atomiques ont été produits, ainsi que des condensats de molécules [19], de polaritons [20] et de photons [21].

Depuis la réalisation des condensats de Bose-Einstein avec des atomes ultra-froids, la recherche dans ce domaine a connu un énorme progrès. En effet, le grand contrôle qu'on peut avoir sur le système offre une variété de branches de recherche. Par exemple, les interactions entre les atomes peuvent être contrôlées en exploitant des résonances de Feshbach [22], ce qui rend possible la condensation du rubidium 85 [23] entre autres espèces atomiques, l'étude de l'effondrement contrôlé d'un condensat en interaction attractive [24], l'étude de solitons brillants [25] et des condensats sans interactions [26, 27]. Le régime d'interaction forte rend les condensats instables à cause des collisions inélastiques, mais il peut être exploité avec un gaz de fermions fortement corrélés [28, 29, 30], dans lequel les collisions inélastiques sont inhibées par le principe d'exclusion de Pauli [31].

On peut aussi produire plusieurs formes de potentiel pour confiner les atomes — une variété de pièges magnétiques, optiques ou combinés ont été testés — et étudier par exemple des gaz en dimensions restreintes. Cela a permis l'observation des gaz de Bose en dimension un (1D) dans le régime de Tonks-Girardeau [32] où les atomes se comportent comme des fermions. En dimension deux (2D), cela a permis d'observer la transition superfluide de Berenzinskii-Kosterlitz-Thouless (BKT) [33, 34, 35]. Une autre orientation des études concerne les gaz piégés dans des réseaux optiques [36], créés par des ondes stationnaires formées avec des faisceaux très désaccordés selon une ou plusieurs directions de l'espace. Avec ce type de piège, il est possible de placer les atomes dans un potentiel périodique à l'échelle d'une fraction de micromètre, et le système est alors décrit par l'hamiltonien de Bose-Hubbard [37]. Dans ce modèle, les atomes peuvent changer de site par effet tunnel. Dans un tel système, la transition entre l'état superfluide et l'état d'isolant de Mott a été mise en évidence [38]. Une découverte plus récente dans les systèmes d'atomes froids est la localisation d'Anderson [39]. Elle se produit quand du désordre est ajouté au système par l'utilisation d'un potentiel de speckle ou d'un réseau bichromatique, par exemple. Ce phénomène a été observé en dimension un [40, 41] et trois (3D) [42, 43].

Enfin, les récents progrès des potentiels géométriques permettent maintenant de

produire sur les atomes l'équivalent d'un champ magnétique pour des particules chargées [44, 45]. L'ensemble de ces résultats montre que les gaz quantiques sont arrivés à une phase de maturité où ils peuvent servir de systèmes modèles à d'autres systèmes moins facilement contrôlables ou observables. L'idée de Feynman du simulateur quantique [46], système simple qui réalise un hamiltonien très difficile à calculer, et qui fournit les grandeurs d'intérêt par une simple mesure, est en passe d'être réalisée [47]. Dans cet esprit, cette thèse s'intéresse notamment à une propriété de systèmes de la matière condensée, la superfluidité, particulièrement dans le cas d'un système restreint en dimension deux. Nous verrons en effet que la dimensionnalité du système est cruciale pour le phénomène de superfluidité.

Comportement superfluide à 3D

La population macroscopique de bosons occupant l'état fondamental se comporte comme une onde cohérente. Le condensat de Bose-Einstein peut être décrit par une fonction d'onde macroscopique $\psi(\mathbf{r}) = \sqrt{n(\mathbf{r})}e^{i\phi(\mathbf{r})}$, où $n(\mathbf{r})$ est la densité spatiale et $\phi(\mathbf{r})$ est une phase caractérisant la cohérence du système. Cette cohérence a été démontré par des expériences d'interférence entre deux condensats [48] ou entre différentes régions d'un même condensat [49]. On peut montrer que l'équation de Gross-Pitaevskii appliquée à $\psi(\mathbf{r})$ est équivalente aux équations hydrodynamiques décrivant un superfluide, ce qui suggère un lien fort entre la condensation de Bose-Einstein et la superfluidité. En dimension trois (3D), le comportement superfluide d'un condensat de Bose-Einstein a été mis en évidence par l'observation d'une vitesse critique à la dissipation dans le groupe de W. Ketterle [50] et par l'observation de circulation quantifiée autour d'un vortex dans le groupe de E. A. Cornell [51]. D'autres observations de flux irrotationnel à travers l'apparition de vortex [52] et d'un réseau régulier de vortex [53] ont suivi rapidement.

Le développement des pièges de géométrie annulaire rend possible l'établissement de courants permanents stables dans un condensat, les vortex étant localisés au centre de l'anneau où la densité est nulle. En deçà d'une vitesse critique de rotation, le fluide s'écoule sans dissipation [54]. Cela constitue un aspect frappant de la superfluidité et est un sujet de recherche très actif et récent. La géométrie annulaire est aussi intéressante pour l'étude de solitons et de svortex [55], ainsi que pour la réalisation de dispositifs sensibles analogue à un SQUID (*superconducting quantum interference device*) [56], un magnétomètre formé d'un courant supraconducteur de paires de Cooper intercepté par une jonction Josephson. Dans le cas d'un gaz neutre, un tel dispositif est sensible au champ de rotation.

Dimension deux et transition BKT

Le lien clair entre la condensation de Bose-Einstein et la superfluidité à 3D n'est plus évident à 2D. En effet, la condensation de Bose-Einstein est liée à l'établissement d'un ordre à longue portée, et dans les systèmes bidimensionnels invariants par

translation, l'ordre à longue portée est détruit par les fluctuations thermiques à température non nulle. Cela empêche la condensation de Bose-Einstein dans un gaz uniforme. Cependant, le gaz 2D avec des interactions répulsives peut subir une transition vers un état superfluide en dessous d'une température critique, appelée transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless (BKT) [33, 34]. Le mécanisme derrière cette transition est l'appariement vortex-antivortex en dessous d'une certaine température.

Les premiers systèmes étudiés contenant une fraction superfluide non nulle en dimension restreinte ont été les films fins d'hélium [57, 58] en 1968. Les expériences à cette époque s'appuyaient sur l'excitation du troisième son ou de courants permanents. En 1978, une première estimation du saut de la densité superfluide lors de la transition BKT a été réalisée par I. Rudnick [59], suivie de cette même mesure sur un système constitué des films 2D de ^4He adsorbés sur un substrat plastique oscillant réalisée par D. J. Bishop et J. D. Reppy [60].

Dans le domaine des gaz froids, une première confirmation expérimentale du mécanisme microscopique décrivant la transition BKT a été démontrée en 2006 par le groupe de J. Dalibard [35]. En faisant interférer deux nuages quasi-2D, ils ont montré que la prolifération de vortex libres et l'extinction d'ordre à quasi-longue portée apparaissent au-dessus d'une même température critique. Plus tard, l'équipe a rapporté des mesures de la densité au centre du nuage au moment de l'apparition d'un pic dans la distribution d'impulsion du gaz quasi-2D [61]. Une analyse plus approfondie et récente menée par le groupe de T. Bourdel révèle que l'apparition de ce pic n'est pas une évidence de la transition BKT et a lieu avant celle-ci [62].

Plusieurs groupes ont mené des efforts pour mesurer la cohérence d'un gaz quasi-2D autour de la transition BKT, soit par interférence [35, 61, 63] soit à travers des mesures par temps de vol [64]. L'équipe de W. D. Phillips a observé une distribution trimodale d'un nuage quasi-2D après temps de vol pour des températures inférieures à la température critique de transition [63]. Les trois composantes ont été identifiées au superfluide, quasi-condensat et gaz thermique. Une observation du caractère superfluide d'un gaz de Bose quasi-2D en termes d'écoulement sans frottement a été rapportée récemment par l'équipe de J. Dalibard [65]. En faisant tourner un défaut localisé, ils ont montré l'existence d'une vitesse critique en dessous de laquelle il n'y a pas de dissipation. Ce domaine de recherche est très actif et avance rapidement. Cependant, l'établissement d'un courant permanent dans un gaz de Bose quasi-2D n'a pas encore été observé.

Superfluidité et modes collectifs

Les premières observations de modes collectifs dans un condensat de Bose-Einstein ont été rapportées en 1996 par les groupes de E. A. Cornell [66] et W. Ketterle [67]. Ils ont observé les oscillations de la taille d'un condensat en forme de disque et de cigare, respectivement. Les fréquences d'oscillation mesurées sont en accord avec les prédictions hydrodynamiques des superfluides, ce qui est une signature de la superfluidité du gaz. Dans un autre papier, le groupe de Ketterle a étudié les excitations collectives à la fois dans le condensat et dans le gaz thermique, et a montré pour la première fois une

différence dans la réponse du gaz selon sa nature [68].

La superfluidité est une propriété dynamique du fluide. Des manifestations de superfluidité peuvent être détectées dans un gaz en rotation : la réduction de son moment d'inertie par rapport à la valeur rigide classique constitue une de ces manifestations, en étant une conséquence directe de la nature irrotationnelle d'un superfluide. Cela dit, le mode ciseau — mode collectif où le gaz est en rotation — a été employé pour montrer que la condensation de Bose-Einstein implique la superfluidité en dimension trois [69, 70, 71].

La transition superfluide en dimension deux est plus difficile à détecter que la condensation de Bose-Einstein en dimension trois. Cependant, l'observation de modes collectifs est une piste pour sonder la nature du gaz.

C'est dans ce cadre général que s'inscrit mon travail de thèse. Nous proposons l'étude de modes collectifs dans un gaz quasi-2D pour sonder sa superfluidité. En effet, certains modes n'existent pas dans un gaz thermique dilué et leur présence peut indiquer le point critique d'apparition d'une fraction superfluide. De plus, la fréquence de certains modes dépend de la dimensionnalité du gaz, et leur mesure permet de le situer dans le régime 2D ou 3D.

Plan de la thèse

Ce manuscrit de thèse porte essentiellement sur la production d'un gaz dégénéré en dimension deux dans un piège habillé et l'étude des modes collectifs dans ce gaz. Il s'organise en cinq chapitres comme suit :

1. Le premier chapitre porte sur quelques éléments de théorie nécessaires pour la compréhension des enjeux de cette thèse. Je traite la condensation de Bose-Einstein d'un gaz confiné en dimensions deux, suivie de la description en champ moyen du système dilué en présence d'interactions par l'équation de Gross-Pitaevskii. Cette description est reliée aux équations hydrodynamiques d'un superfluide et la notion de vortex est introduite. Je traite ensuite du régime quasi-2D d'un gaz très confiné dans une direction de l'espace et de la transition BKT qui peut se produire dans ce gaz vers le régime superfluide. Après avoir caractérisé cette transition, je discute de la possibilité de la détecter par l'étude des modes collectifs dans un gaz dégénéré en dimension deux.

2. Le deuxième chapitre présente une description générale du montage expérimental. Je présente l'enceinte à vide en forme de « L », permettant de séparer la source d'atomes — un piège magnéto-optique 2D — de l'enceinte octogonale — où l'on produit le piège magnéto-optique 3D — et de la cellule science, qui à son tour est aussi isolée par un tube différentiel. J'aborde ensuite les détails sur les bobines en jeu, avant de présenter les sources laser. En particulier, je présente le laser bouchon qui interviendra dans le piège quadrupolaire bouché présenté dans le chapitre suivant. Je présente aussi en détail la source radiofréquence développée dans le laboratoire et qui est utilisée pour habiller les atomes au quatrième chapitre. Enfin, je parle de l'imagerie par absorption des atomes.

3. Au troisième chapitre, je détaille la condensation de Bose-Einstein dans un piège quadrupolaire bouché. Je présente en premier les transitions Majorana dans un piège quadrupolaire, responsables de la perte d'atomes piégés par renversement de spin, et

la solution qui nous avons retenue à ce problème : le piège quadrupolaire bouché par un faisceau laser désaccordé vers le bleu de la transition. Après avoir caractérisé le potentiel de piégeage, j'aborde la production expérimentale du condensat, en passant par l'étape cruciale de décompression du piège. Je caractérise la durée de vie et le chauffage — réduit — des atomes. Enfin, je montre comment on peut remonter à certains paramètres expérimentaux par une caractérisation détaillée du piège, comme la mesure des fréquences d'oscillation et du champ magnétique au minimum de potentiel.

4. Le quatrième chapitre traite du piège qui nous avons utilisé pour produire un gaz 2D : le piège quadrupolaire habillé avec un champ radiofréquence. Après avoir caractérisé ce piège en fonction de la polarisation du champ radiofréquence, je mets en avant son caractère anisotrope et sa souplesse, permettant de modifier facilement sa géométrie. Je présente ensuite le transfert optimisé du condensat vers ce piège, et les mesures de caractérisation que nous avons effectuées, mettant en évidence les pertes Landau-Zener. Enfin, je présente comment on modifie les fréquences d'oscillation du piège habillé pour pousser au maximum son anisotropie et atteindre le régime 2D. Je démontre la production d'un gaz quasi-2D présentant une fraction superfluide.

5. Le dernier chapitre met à profit la flexibilité du piège habillé, développée dans le chapitre précédent, pour l'excitation des modes collectifs dans un gaz quasi-2D dégénéré. Je commence par assembler les résultats théoriques pertinents dans l'interprétation de nos résultats. Nous verrons que les prédictions théoriques pour les fréquences de certains modes collectifs diffèrent suivant la nature et la dimensionnalité du gaz, pouvant être utilisés par exemple comme sonde de superfluidité, et c'est le point essentiel de notre étude. Je présente ensuite nos résultats expérimentaux pour les modes monopolaire, quadrupolaire et ciseaux, et je compare les fréquences propres mesurées aux prédictions théoriques. Cela nous permet de tirer des conclusions concernant la dimensionnalité et la nature du gaz piégé.

En conclusion, je fais un récapitulatif des résultats présentés dans ce manuscrit, et je discute de la continuité de ce travail et des perspectives de l'expérience.

Chapitre 1

Gaz dégénéré en dimension deux

Ce chapitre a pour but de rappeler quelques concepts fondamentaux nécessaires pour comprendre les enjeux de cette thèse. Dans la section 1.1, je rappelle les particularités de la condensation de Bose-Einstein d'un gaz idéal à 2D et je discute du rôle des interactions. Dans la section 1.2 j'introduis l'équation de Gross-Pitaevskii qui décrit un condensat dans le régime d'interactions faibles et sa formulation hydrodynamique, adaptée à l'étude de la dynamique superfluide. La section 1.3 est dédiée à la présentation du cas spécifique d'un gaz quantique en dimension deux. En particulier, la transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless (BKT) vers un état superfluide est traitée dans la partie 1.3.4. Je reviendrai au cours des chapitres suivants à des aspects théoriques plus spécifiques. Pour plus de détails sur les sujets exposés ici, une revue assez récente donne un panorama des connaissances actuelles sur la physique des gaz 2D [72].

1.1 Condensation de Bose-Einstein

1.1.1 Saturation des états excités

On considère d'abord N bosons de masse atomique M en équilibre thermodynamique à la température T et sans interactions. La distribution des particules dans les différents niveaux d'énergie du système est donnée par la statistique de Bose-Einstein. Soit N_k le nombre moyen de bosons occupant le niveau d'énergie ϵ_k . Alors :

$$N_k = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_k - \mu)} - 1}, \quad (1.1)$$

où $\beta = 1/k_B T$, k_B étant la constante de Boltzmann. μ est le potentiel chimique qui prend des valeurs entre $-\infty$ et l'énergie de l'état fondamental ϵ_0 , ce qui assure que N_k est positif. Le nombre de bosons N_{exc} occupant les états excités $k \geq 1$ est borné supérieurement par :

$$N_{exc} < N_c = \sum_{k \geq 1} \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_k - \epsilon_0)} - 1}. \quad (1.2)$$

β
 μ

La convergence de la série ci-dessus, qui dépend de la dimensionnalité du système considéré et de la nature du confinement auquel les bosons sont soumis, est une condition pour que la condensation de Bose-Einstein ait lieu. À température fixée, si $N > N_c$ les niveaux excités sont saturés et au moins $N - N_c$ particules occupent l'état fondamental, constituant le condensat de Bose-Einstein. Il reste à voir dans quels cas la saturation des niveaux excités survit à la limite thermodynamique, où N et le volume tendent vers l'infini à densité constante. Dans la suite je donne le résultat pour N_c dans le cas d'un gaz confiné dans une boîte et dans un potentiel harmonique en dimension deux. Pour plus de détails sur ces calculs, consulter par exemple [73].

1.1.2 Gaz idéal en dimension deux (2D)

Cas homogène

Imaginons d'abord que les bosons sont contenus dans une boîte bidimensionnelle de côté L , à l'intérieur de laquelle le potentiel est nul. Une approche semi-classique¹ où l'on décrit les états de la boîte par une densité d'états continue donne pour l'occupation des niveaux excités :

$$N_{exc} = -\frac{L^2}{\Lambda^2} \ln(1 - e^{\beta\mu}), \quad (1.3)$$

où $\Lambda = h/\sqrt{2\pi M k_B T}$ est la longueur d'onde de Broglie et M est la masse atomique. À la limite thermodynamique ($N, L \rightarrow \infty$ avec $n = N/L^2$ constant) la condensation correspond à $\mu \rightarrow 0$, ce qui conduit à une divergence de N_{exc} et une absence de saturation des niveaux excités. Il n'y a donc pas de condensation pour un gaz homogène en deux dimensions. L'occupation macroscopique de l'état fondamental ne se produit qu'à température nulle. On peut montrer que l'expression générale de la densité dans l'espace des phases \mathcal{D} est :

$$\mathcal{D} = -\ln(1 - e^{\beta\mu}). \quad (1.4)$$

Piège harmonique

On considère en particulier le cas des bosons confinés dans un piège harmonique isotrope de pulsation ω . Le cas d'un potentiel de confinement plus général en loi de puissance a été abordé par V. Bagnato et D. Kleppner [74]. On s'intéresse à la limite semi-classique $\hbar\omega \ll k_B T$. On peut montrer que :

$$N_c = \frac{\pi^2}{6} \left(\frac{k_B T}{\hbar\omega} \right)^2. \quad (1.5)$$

Contrairement au cas homogène, la saturation des niveaux excités peut se produire à la limite thermodynamique ($N \rightarrow \infty$, $\omega \rightarrow 0$ avec $N\omega^2$ constant), et par conséquent la

1. Le quantum de vibration doit être petit devant l'énergie thermique. On remarque que l'occupation macroscopique de l'état fondamental est triviale dans la situation inverse.

condensation est possible. La température critique de condensation à nombre d'atomes fixé est donnée par la même expression. La densité dans l'espace des phases vaut :

$$\mathcal{D}(r) = -\ln \left(1 - e^{\beta(\mu - \frac{1}{2}M\omega^2 r^2)} \right). \quad (1.6)$$

On note qu'elle diverge au centre du piège à la condensation ($\mu = 0, r = 0$). La densité dans l'espace des phases présente la même forme qu'à l'équation (1.4), sous réserve de remplacer le potentiel chimique par un potentiel chimique local μ_{loc} , réduit du potentiel de confinement :

$$\mu_{loc} = \mu - \frac{1}{2}M\omega^2 r^2. \quad (1.7)$$

1.1.3 Effet des interactions

Dans les systèmes à 3D, les interactions modifient quelques prédictions quantitatives pour la condensation de Bose-Einstein, sans changer qualitativement le phénomène. À 2D, nous avons vu qu'un gaz de Bose homogène ne subit pas de condensation de Bose-Einstein à température non nulle, et ce résultat reste vrai en présence d'interactions. Si le gaz est confiné dans un piège harmonique, la condensation est possible pour un gaz idéal, toutefois la présence d'interactions répulsives limite la densité au centre en empêchant sa divergence.

Plus généralement, le théorème de Mermin-Wagner-Hohenberg [75, 76] affirme qu'il est impossible d'avoir un ordre à longue portée à température non nulle dans la limite thermodynamique pour tout système 2D décrit par un hamiltonien à symétrie continue et avec des interactions à courte portée. Aucune transition de phase avec brisure de symétrie, comme par exemple la condensation de Bose-Einstein², ne peut avoir lieu dans ce type de système. Les fluctuations thermiques à basse énergie (modes de Goldstone) détruisent l'ordre à longue portée, en favorisant la symétrie de l'hamiltonien.

Par contre, un gaz de Bose à 2D avec interactions répulsives peut subir une transition de phase — sans brisure de symétrie, sans établissement d'ordre à longue portée — vers un état superfluide en dessous d'une température critique. Les interactions entre les particules sont indispensables pour expliquer le caractère superfluide d'un gaz de bosons. Afin d'aborder dans la partie §1.3 cette transition de phase, appelée transition BKT, j'introduis dans la suite l'équation de Gross-Pitaevskii permettant de décrire un gaz en interaction faible.

1.2 Régime d'interactions faibles

On considère ici l'état fondamental d'un gaz de Bose dilué, décrit par l'équation de Gross-Pitaevskii (GPE). Ce modèle simple permet d'expliquer une grande partie des propriétés observées dans les expériences actuelles d'atomes froids piégés — telles que la densité pic, la taille du condensat — lesquelles dévient de façon significative des prédictions pour un gaz idéal. On rappelle quelques notions de base pour introduire

2. Lors de la transition vers le condensat de Bose-Einstein, la phase est spontanément fixée à une valeur aléatoire.

ensuite la formulation hydrodynamique de l'équation de Gross-Pitaevskii, permettant de faire le lien avec le caractère superfluide d'un condensat.

1.2.1 Équation de Gross-Pitaevskii

Dans le régime des basses températures, seules les collisions binaires de basse énergie (dans l'onde s) entre les particules du condensat sont importantes. L'interaction entre elles peut être entièrement caractérisée par la longueur de diffusion³ a , via un potentiel d'interaction de contact effectif [78] :

$$U_{int}(\mathbf{r}) = g\delta_D(\mathbf{r}), \quad (1.8)$$

où g est la constante d'interaction qui fait intervenir la longueur de diffusion et δ_D est la distribution de Dirac en dimension D . Si le gaz est dilué et la distance moyenne entre les particules est grande devant a , l'approximation de champ moyen est justifiée. Le problème à N corps est alors simplifié à celui d'une particule fictive évoluant dans un potentiel effectif composé du potentiel externe plus un terme de champ moyen proportionnel à la densité spatiale. La dynamique de la fonction d'onde $\psi(\mathbf{r}, t)$ des particules du condensat est alors dictée par l'équation de Gross-Pitaevskii [79] dépendant du temps :

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + U_{ext}(\mathbf{r}) + g|\psi|^2 \right) \psi(\mathbf{r}, t), \quad (1.9)$$

où $U_{ext}(\mathbf{r})$ est le potentiel externe. En dimension trois, $g^{3D} = 4\pi\hbar^2 a/M$. La densité spatiale du condensat est donnée par $n(\mathbf{r}, t) = |\psi(\mathbf{r}, t)|^2$. L'équation de Gross-Pitaevskii est exacte pour un condensat pur à température nulle et dans le régime des gaz dilués, c'est-à-dire $n|a|^3 \ll 1$, où n est la densité moyenne du gaz.

Dans la limite de grand nombre de particules en interaction répulsive⁴ ($a > 0$), où l'énergie cinétique peut être négligée devant l'énergie d'interaction, l'équation de Gross-Pitaevskii stationnaire comporte une solution analytique très simple, connue sous le nom de Thomas-Fermi :

$$n(\mathbf{r}) = |\psi(\mathbf{r})|^2 = \frac{\mu - U_{ext}(\mathbf{r})}{g}, \quad (1.10)$$

si $\mu > U_{ext}(\mathbf{r})$ et $n(\mathbf{r}) = 0$ ailleurs. La densité de particules reflète essentiellement la forme du potentiel externe. Le potentiel chimique est fixé par la normalisation de la densité au nombre total de particules N . Dans le cas d'un potentiel harmonique isotrope de fréquence ω et de taille caractéristique $a_{oh} = \sqrt{\hbar/M\omega}$, on a :

$$\mu_{3D} = \frac{\hbar\omega}{2} \left(\frac{15Na}{a_{oh}} \right)^{2/5}. \quad (1.11)$$

Ce résultat reste valable dans un piège anisotrope en prenant pour ω la moyenne géométrique des fréquences : $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$, et pour a_{oh} la longueur associée.

3. Pour le ^{87}Rb , $a \simeq 5,3$ nm [77].

4. C'est le cas du ^{87}Rb , par exemple.

1.2.2 Formulation hydrodynamique et vortex

L'équation de Gross-Pitaevskii est compatible avec les équations hydrodynamiques d'un superfluide. Pour établir cette relation, on écrit la fonction d'onde du condensat sous la forme $\psi(\mathbf{r},t) = \sqrt{n(\mathbf{r},t)}e^{i\phi(\mathbf{r},t)}$, en fonction d'une densité $n(\mathbf{r},t)$ et d'une phase $\phi(\mathbf{r},t)$. La vitesse d'écoulement est reliée à la phase selon la relation :

$$\mathbf{v}(\mathbf{r},t) = \frac{\hbar}{M} \nabla \phi(\mathbf{r},t). \quad (1.12)$$

On montre que l'équation de Gross-Pitaevskii (1.9) peut être réécrite sous la forme de deux équations couplées pour la densité et la vitesse [78] :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}n) = 0, \quad (1.13)$$

qui est l'équation de continuité, et

$$M \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \left(U_{ext} + gn - \frac{\hbar^2}{2M\sqrt{n}} \nabla^2 \sqrt{n} + \frac{1}{2} M v^2 \right) = 0, \quad (1.14)$$

qui établit la nature irrotationnelle du fluide. Ces deux expressions révèlent la structure typique des équations dynamiques d'un superfluide à température nulle.

L'approximation hydrodynamique consiste à négliger le terme de pression quantique $\frac{\hbar^2}{2M\sqrt{n}} \nabla^2 \sqrt{n}$ de l'équation (1.14), ce qui peut être effectué si les interactions sont suffisamment fortes. La solution stationnaire du système dans ce cas correspond à la solution Thomas-Fermi⁵.

La nature irrotationnelle du fluide est une conséquence de l'expression de la vitesse proportionnelle au gradient de la phase. La seule manière d'avoir une rotation est par l'apparition de vortex quantifiés, une propriété intrinsèque des superfluides. Les vortex sont des points de singularité de la phase avec une densité nulle au centre autour desquels circule un courant quantifié. La circulation de la vitesse sur un contour fermé autour du vortex vaut

$$\oint \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = 2\pi\ell \frac{\hbar}{M}, \quad (1.15)$$

où ℓ est un nombre entier appelé charge du vortex. On appelle antivortex le vortex de charge $-\ell$, correspondant à une rotation du fluide dans le sens opposé. Le champ de vitesse autour d'un vortex isolé varie comme $\ell\hbar/(Mr)$, ce qui correspond à un moment cinétique de $\ell\hbar$ par particule. Les vortex jouent un rôle essentiel dans la transition superfluide d'un gaz de Bose bidimensionnel, comme nous le verrons au §1.3.4.

5. Remarquons qu'en négligeant le terme $\frac{\hbar^2}{2M\sqrt{n}} \nabla^2 \sqrt{n}$ mais en conservant le terme $\frac{1}{2} M v^2$, les équations hydrodynamiques sont moins approchées que la formulation de Thomas-Fermi de l'équation de Gross-Pitaevskii.

1.3 Restriction en dimension deux

Un gaz de Bose à 2D avec des interactions répulsives peut subir une transition de phase vers un état superfluide, même en l'absence de condensation⁶. Cette transition a lieu en dessous d'une température critique, et est appelée transition de Berezinskii-Kosterlitz-Thouless (BKT). Avant d'entrer dans le sujet principal de cette section, je présente le régime quasi-2D.

1.3.1 Critères pour atteindre le régime bidimensionnel

Pour produire expérimentalement un gaz bidimensionnel, on le confine très fortement dans une direction de l'espace, qu'on suppose ici la direction z . En général ce confinement est harmonique de fréquence ω_z . On appelle $a_z = \sqrt{\hbar/M\omega_z}$ la taille de l'état fondamental de l'oscillateur harmonique. Le gaz est considéré quasi-2D si les énergies typiques impliquées dans le système — le potentiel chimique μ et l'énergie thermique $k_B T$ — sont plus petites que l'énergie de confinement transverse $\hbar\omega_z$. Si $k_B T \ll \hbar\omega_z$ la dynamique du gaz est alors gelée dans la direction confinante, l'énergie thermique étant plus petite que l'espacement des niveaux de l'oscillateur harmonique. Dans ce cas, les états excités selon z ne sont que faiblement peuplés.

Afin de vérifier que le potentiel chimique est plus petit que l'énergie transverse, on peut l'estimer pour un condensat 3D confiné dans un piège harmonique (fréquence moyenne $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$) dans le régime Thomas-Fermi :

$$\mu_{3D} = \frac{\hbar\bar{\omega}}{2} \left(\frac{15Na}{a_{oh}} \right)^{2/5} \propto \omega_x^{2/5} \omega_y^{2/5} \omega_z^{2/5}. \quad (1.16)$$

La quantité $\mu_{3D}/(\hbar\omega_z)$ varie comme $\omega_x^{2/5} \omega_y^{2/5} \omega_z^{-3/5}$, donc pour atteindre le régime bidimensionnel il faut diminuer le rapport entre les fréquences horizontales et verticale, ou de façon équivalente il faut augmenter l'anisotropie du piège.

Si μ_{3D} est plus petit que $\hbar\omega_z$, l'hypothèse d'un profil Thomas-Fermi selon z est fautive et le gaz entre dans le régime quasi-2D. Dans ce cas, le vrai potentiel chimique μ peut être écrit comme la somme de l'énergie de l'état fondamental transverse et un potentiel chimique quasi-2D, $\mu = \mu_{2D} + \hbar\omega_z/2$. Dans les mêmes lignes que [80], μ_{2D} peut être calculé dans le régime Thomas-Fermi pour un gaz bidimensionnel à partir de la fréquence d'oscillation moyenne dans le plan, $\omega_0 = \sqrt{\omega_x \omega_y}$, et du nombre d'atomes dans le pic cohérent. Son expression est :

$$\mu_{2D} = 2\hbar\omega_0 \left(\frac{Na}{\sqrt{2\pi} a_z} \right)^{1/2} = \hbar\omega_0 \left(\frac{N\tilde{g}}{\pi} \right)^{1/2}. \quad (1.17)$$

Cette quantité doit être petite devant $\hbar\omega_z$ pour assurer le régime quasi-2D. On peut montrer que $\mu_{2D}/(\hbar\omega_z) \propto [\mu_{3D}/(\hbar\omega_z)]^{5/4}$, donc les deux conditions sont équivalentes [81].

Remarque : À température nulle, seulement les états excités pairs peuvent être peuplés à cause des interactions. Dans ce cas, le critère pour qu'un gaz dégénéré soit 2D est plus souple, $\mu_{2D} \ll 2\hbar\omega_z$.

6. Contrairement au cas 3D, où condensation et superfluidité apparaissent en dessous de la même température critique.

1.3.2 Loi d'échelle

Pour décrire les collisions, on peut distinguer deux régimes selon les valeurs de la longueur de diffusion et de la taille de l'oscillateur harmonique. Dans le régime 2D, $a \lesssim a_z$, les collisions se passent dans le plan et doivent être décrites par la théorie de diffusion à 2D [82]. Notre expérience s'inscrit dans l'autre limite, $a \ll a_z$, où les interactions sont essentiellement 3D. Ce régime est facilement obtenu expérimentalement.

Dans le cadre de l'équation de Gross-Pitaevskii à 2D, on peut moyenner la fonction d'onde selon z , direction du confinement harmonique, et la constante d'interaction g^{2D} pour un gaz quasi-2D est donnée par :

$$g^{2D} = \frac{g^{3D}}{\sqrt{2\pi} a_z} = \frac{\hbar^2}{M} \tilde{g}, \quad (1.18)$$

où

$$\tilde{g} = \frac{\sqrt{8\pi} a}{a_z} \quad (1.19)$$

est un paramètre sans dimension. De ce fait, la constante d'interaction g^{2D} n'introduit pas de longueur caractéristique, et les grandeurs thermodynamiques adimensionnées ne dépendent que du rapport $\mu/(k_B T)$ et de \tilde{g} . Alors l'équation d'état du gaz de Bose quasi-2D est invariante par changement d'échelle. Cela a été vérifié expérimentalement dans [83, 84, 85], comme montre la figure 1.1 extraite de [84] où la densité dans l'espace des phases et les fluctuations de la densité adimensionnée mesurées à plusieurs températures tombent sur une même courbe en fonction de $\mu/(k_B T)$. On remarque que le régime quasi-2D d'interaction faible correspond⁷ à $\tilde{g} \ll 1$.

On introduit la longueur de relaxation ξ^{2D} , qui donne une échelle de longueur caractéristique associée à l'énergie d'interaction :

$$\xi^{2D} = \frac{\hbar}{\sqrt{Mgn}} = \frac{1}{\sqrt{\tilde{g}n}}. \quad (1.20)$$

Elle représente la longueur typique pour passer d'une densité uniforme n à la densité nulle en présence d'une barrière infinie, et intervient dans les études de superfluidité car elle est notamment liée à l'extension spatiale d'un vortex.

Remarque : une anomalie quantique brise l'invariance d'échelle d'un gaz bidimensionnel dans un piège harmonique [86].

1.3.3 Critère de Landau pour la superfluidité

Le caractère superfluide d'un gaz de Bose à 2D peut être mis en évidence à partir d'une analyse de Bogolyubov au voisinage de $T = 0$. Pour calculer le spectre des excitations d'un système homogène, on part de la fonction d'onde macroscopique du condensat $\psi_0 = \sqrt{n}e^{i\phi}$, paramètre d'ordre du système à $T = 0$. On ajoute une perturbation en écrivant la fonction d'onde du système sous la forme $\psi(\mathbf{r}) = \psi_0 + \psi_{ex}(\mathbf{r})$, où ψ_{ex}

7. En fait, on montre qualitativement [72] que le régime d'interaction forte correspond à $\tilde{g} \simeq 2\pi$.

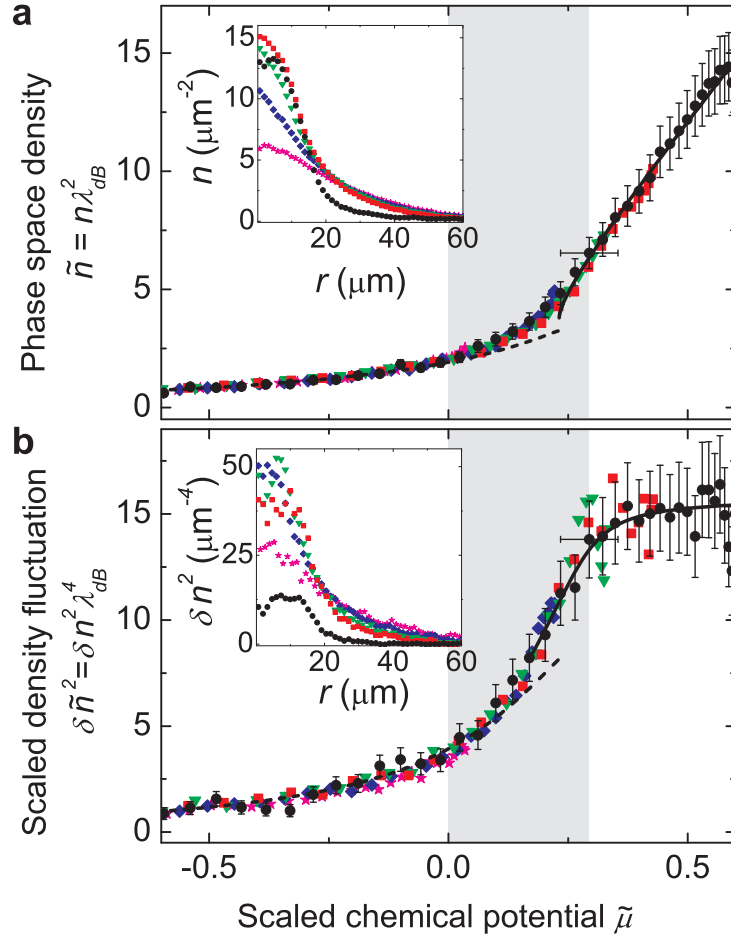


Figure 1.1 — Image extraite de [84] montrant la loi d'échelle d'un gaz quasi-2D. (a) Densité dans l'espace de phase \tilde{n} en fonction de $\tilde{\mu} = \mu/(k_B T)$ mesurée pour une constante d'interaction $\tilde{g} = 0,26$ et plusieurs températures : $T = 21$ nK (cercle noir), 37 nK (carré rouge), 42 nK (triangle vert), 49 nK (losange bleu) et 60 nK (étoile magenta). Encart : profils radiaux de densité. (b) Fluctuations de la densité adimensionnée $\delta \tilde{n}^2$ en fonction de $\tilde{\mu}$. Encart : profils radiaux des fluctuations de densité.

Picture taken from [84] showing scaling invariance of a quasi-2D gas. (a) Phase space density \tilde{n} as a function of the scaled chemical potential $\tilde{\mu} = \mu/(k_B T)$ measured at coupling strength $\tilde{g} = 0,26$ and several temperatures : $T = 21$ nK (black circles), 37 nK (red squares), 42 nK (green triangles), 49 nK (blue diamonds) and 60 nK (magenta stars). Inset : radial density profiles before scaling. (b) Scaled fluctuation $\delta \tilde{n}^2$ as a function of $\tilde{\mu}$. Inset : radial fluctuation profiles before scaling.

se réfère aux particules des modes excités⁸. Comme à température non nulle les fluctuations thermiques détruisent le paramètre d'ordre, la méthode ne semble pas adaptée à 2D. Néanmoins cette approche reste valable si les fluctuations de densité sont petites

8. ψ et ψ_{ex} sont des opérateurs et ψ_0 est une fonction.

et on peut définir un paramètre d'ordre local, comme cela est justifié formellement dans [87, 88]. On exprime la fonction d'onde du système sous la forme :

$$\psi(\mathbf{r}) = \sqrt{n(\mathbf{r})} e^{i\phi(\mathbf{r})}, \quad (1.21)$$

et on considère les fluctuations de densité et de phase. La méthode détaillée en [72], conduit au spectre des excitations de Bogolyubov :

$$E(k) = \sqrt{\frac{\hbar^2 k^2}{2M} \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2M} + 2gn \right)}, \quad (1.22)$$

où $E(k)$ est l'énergie d'excitation du mode associée au vecteur d'onde \mathbf{k} . À basse énergie, les excitations correspondent à des phonons, avec une relation de dispersion linéaire :

$$E(k) = c\hbar k, \quad (1.23)$$

où $c = \sqrt{gn/M}$ est la vitesse du son.

On considère désormais une impureté se déplaçant dans le fluide à la vitesse v . Son mouvement pourra être amorti si on peut créer des excitations du fluide conservant à la fois l'impulsion et l'énergie totale du système {fluide + impureté}. À partir de la relation de dispersion phononique, la conservation de l'énergie et de l'impulsion du système total entraîne que la création des excitations n'est possible que si l'impureté se déplace avec une vitesse au dessus d'une vitesse critique, qui ici vaut la vitesse du son. Pour $v < c$, l'écoulement du gaz homogène avec interaction faible est superfluide et il n'y a pas de frottement entre l'impureté et le gaz.

L'absence d'interactions modifie ce résultat, le gaz n'est jamais superfluide. La relation de dispersion quadratique entre l'énergie et l'impulsion $E(p) = p^2/2M$ entraîne qu'il n'y a pas de vitesse critique dans ce cas, et la création d'excitations est toujours possible à toute énergie.

Dans un cas plus général, en présence d'un potentiel extérieur, la vitesse critique v_c à l'écoulement superfluide est différente de la vitesse du son donnée ci-dessus. Elle peut aussi être calculée à partir du spectre de Bogolyubov du système. D'après le critère de Landau [89],

$$v_c = \min_k \frac{E(k)}{k}. \quad (1.24)$$

Par exemple, dans un tube infini avec symétrie cylindrique et confinement transverse harmonique, il a été montré que la vitesse critique est inférieure à la vitesse du son, et que le premier mode excité à la vitesse critique représente des phonons se propageant à la surface du tube [90].

Notre équipe a étudié le spectre de Bogolyubov d'un anneau bidimensionnel, confiné harmoniquement dans la direction radiale [91]. La vitesse critique est déterminée par des modes de surface, comme dans le cas du tube infini, et peut être calculée de façon analytique par extension du modèle des ondes de surface [92]. Il a été trouvé que dans le cas d'un défaut en mouvement au sein d'un fluide en repos, les modes de la surface externe sont excités en premier. Pour un fluide circulant à travers un défaut statique, la circulation initiale détermine sur quelle surface (interne ou externe) le mode est excité.

1.3.4 Transition BKT

De l'analyse de Bogolyubov, on montre qu'à température suffisamment basse les fluctuations de densité d'un gaz de Bose 2D sont supprimées à une échelle de longueur plus grande que la longueur de relaxation ξ^{2D} . Cela est dû aux interactions entre particules et permet l'établissement du régime superfluide. Les fluctuations de phase sont toujours présentes, ce qui empêche l'établissement d'ordre à longue portée. Le régime superfluide a lieu sans condensation.

Berezinskii [33], Kosterlitz et Thouless [34] ont décrit le mécanisme microscopique de la transition BKT. Les acteurs essentiels sont les vortex, source de fluctuations de phase qui vient s'ajouter aux phonons. Selon cette théorie, en dessous d'une température critique T_{BKT} il n'y a pas de vortex (ou antivortex) libre, ils sont liés en paires vortex-antivortex. Les paires, dont l'extension spatiale est de l'ordre de ξ^{2D} , ont seulement un effet à courte portée dans la phase et le champ de vitesse, n'affectant pas le comportement de la fonction de corrélation à grande échelle. Au dessus de cette température, les paires se séparent et les vortex libres prolifèrent en détruisant l'ordre à quasi-longue portée et en faisant tomber à zéro la densité superfluide.

Saut universel de la densité superfluide

Un saut universel de la densité superfluide n_s est attendu à la transition BKT, par opposition aux systèmes 3D où la densité augmente de façon continue en dessous de la température critique de condensation. Lors de la transition BKT dans un système homogène 2D, la densité superfluide passe de 0 à

$$n_s \Lambda^2 = 4, \quad (1.25)$$

comme prédit par Nelson et Kosterlitz [93]. Ce saut discontinu est indépendant du paramètre d'interaction. Il peut être retrouvé à partir d'un raisonnement énergétique, qui conduit à l'expression suivante pour l'énergie libre F_v associée à l'apparition spontanée d'un vortex individuel dans le système :

$$F_v = \frac{1}{2\beta} (n_s \Lambda^2 - 4) \ln \left(\frac{R}{\xi^{2D}} \right). \quad (1.26)$$

R est le rayon du système, supposé circulaire sans perte de généralité. Dans la limite $R \rightarrow \infty$, on distingue deux régimes. Pour $n_s \Lambda^2 > 4$, la création de vortex est défavorable, le superfluide est stable. Pour $n_s \Lambda^2 < 4$, la création d'un vortex est favorable, ce qui diminue la densité superfluide et facilite l'apparition d'autres vortex. La prolifération de vortex individuels s'accompagne de la diminution soudaine de n_s à zéro.

Fonction de corrélation

On montre aussi un changement de comportement entre les régimes normal et superfluide de la fonction de corrélation du premier ordre g_1 :

$$g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \delta\mathbf{r}) = \left\langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}(\mathbf{r} + \delta\mathbf{r}) \right\rangle, \quad (1.27)$$

où $\hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r})$ est l'opérateur d'annihilation d'une particule à la position \mathbf{r} . La fonction de corrélation mesure la cohérence de phase entre deux points du fluide⁹, et pour le gaz homogène elle ne dépend que de la distance $\delta\mathbf{r}$. On appelle longueur de cohérence la longueur de décroissance caractéristique de g_1 . Dans le régime normal, g_1 décroît à grande distance comme une gaussienne, tandis que dans le régime superfluide elle décroît plus lentement, de façon algébrique [72] :

$$g_1(r) = n_s \left(\frac{\xi^{2D}}{r} \right)^{1/(n_s \Lambda^2)}. \quad (1.28)$$

L'exposant de l'expression ci-dessus n'est jamais supérieur à 1/4. On dit alors qu'il y a un ordre à quasi-longue portée et présence d'un quasi-condensat [94, 95, 96] (« condensat » avec phase fluctuante). Un régime intermédiaire appelé pré-superfluide existe : la fonction de corrélation décroît de façon exponentielle et il y a un quasi-condensat sans superfluide [64].

Pour un gaz non homogène, on définit la fonction de cohérence globale :

$$\mathcal{G}(\delta\mathbf{r}) = \int g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \delta\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (1.29)$$

et la longueur de cohérence globale est la longueur de décroissance de \mathcal{G} .

Densité et potentiel chimique critiques à la transition

La théorie BKT explique le mécanisme de transition entre la phase superfluide et normale, mais elle ne donne pas d'indication de la température critique où la transition se produit. Dans la limite des faibles interactions $\tilde{g} \ll 1$, il a été montré [97] que la valeur critique de la densité dans l'espace de phase \mathcal{D}_c est :

$$\mathcal{D}_c = \ln \left(\frac{\mathcal{C}_{\mathcal{D}}}{\tilde{g}} \right), \quad (1.30)$$

où $\mathcal{C}_{\mathcal{D}} = 380 \pm 3$ a été déterminée par une simulation Monte-Carlo classique [98]. Le potentiel chimique critique μ_c a aussi été déterminé numériquement avec bonne précision :

$$\frac{\mu_c}{k_B T} = \frac{\tilde{g}}{\pi} \ln \left(\frac{\mathcal{C}_{\mu}}{\tilde{g}} \right) \quad (1.31)$$

avec $\mathcal{C}_{\mu} = 13,2 \pm 0,4$.

Universalité autour de la transition BKT

À la section §1.3.2, il a été mentionné que par invariance d'échelle dans un gaz 2D, toute grandeur thermodynamique adimensionnée ne dépend que du paramètre $\mu/(k_B T)$ et de la constante d'interaction sans dimension \tilde{g} . Autour de la transition

9. La condensation de Bose-Einstein implique que $\lim_{r \rightarrow \infty} g_1(r) > 0$.

BKT, un comportement universel des grandeurs thermodynamiques est attendu [99] : elles ne dépendent que d'un seul paramètre donné par

$$X = \frac{\mu - \mu_c}{k_B T \tilde{g}}. \quad (1.32)$$

Cette propriété a été démontrée expérimentalement dans le groupe de Cheng Chin [84], où ils ont rassemblé dans une seule courbe en fonction de X des mesures de $\mathcal{D} - \mathcal{D}_c$ et de la densité du quasi-condensat adimensionnée, prises à différents valeurs de μ , T et \tilde{g} .

1.3.5 Mises en évidence expérimentales de la transition BKT

Saut universel. Depuis 1968 on connaît des manifestations expérimentales d'une densité superfluide non nulle à la transition dans des systèmes de films fins d'hélium [57, 58]. Ces expériences s'appuyaient sur l'excitation du troisième son ou de courants permanents¹⁰ et ne permettaient pas de suivre le comportement de la densité superfluide au cours de la transition à cause d'un amortissement du signal. Cependant une première estimation de la valeur du saut a pu être réalisée dix ans après par I. Rudnick [59], en bon accord avec la prédiction théorique de Nelson et Kosterlitz, équation (1.25). La même année, D. J. Bishop et J. D. Reppy ont étudié un système constitué des films 2D de ^4He adsorbés sur un substrat plastique oscillant [60]. En s'appuyant sur l'extension dynamique de la théorie BKT [100] pour analyser leurs données, ils ont déterminé la valeur statique du saut de la densité superfluide, aussi en bon accord avec la valeur attendue, ce qui conforte cette théorie.

Vortex et densité critique. Dans le domaine des gaz froids, une première confirmation expérimentale du mécanisme microscopique décrivant la transition BKT a été publiée en 2006 par le groupe de J. Dalibard [35]. En faisant interférer deux nuages quasi-2D, ils ont montré l'émergence d'ordre à quasi-longue portée par mesure de la cohérence du système en fonction de la température¹¹. En plus, par observation de sauts de phase dans le profil d'interférence, ils ont mis en évidence la prolifération de vortex libres à partir de la même température critique. Plus tard, l'équipe a rapporté [61] des mesures montrant que la densité critique au centre du nuage, déterminée lors de l'apparition d'une distribution d'impulsion bimodale, était proche de la prédiction (1.30). En faisant interférer deux nuages indépendants, ils ont montré que le point critique coïncidait, dans la limite de résolution du système, avec l'établissement de cohérence dans le système.

Une analyse plus approfondie et récente menée par le groupe de T. Bourdel, révèle que l'apparition d'un pic dans la distribution d'impulsion d'un gaz quasi-2D piégé n'est pas une évidence de la transition BKT et a lieu avant celle-ci [62]. Ils ont montré

10. Les techniques utilisées pour déterminer la masse superfluide requéraient une mesure dynamique à vitesse et fréquence non nulles, ce qui adoucit le saut prévu dans une situation statique.

11. La température absolue n'était pas connue. Le paramètre utilisé comme « thermomètre » était le contraste central moyen des franges.

qu'à la transition, la demi-largeur du profil d'impulsion sature à sa valeur minimale¹² accompagné d'une augmentation rapide de la fraction d'atomes dans le pixel central. Les résultats observés se comparent bien à une simulation Monte Carlo quantique.

Fonction de corrélation. Plusieurs groupes ont mené des efforts pour mesurer la cohérence d'un gaz quasi-2D autour de la transition BKT, soit par interférence [35, 61, 63], soit par des mesures par temps de vol [64]. Cette dernière méthode donne la fonction de cohérence globale \mathcal{G} , qui est la transformée de Fourier de la distribution d'impulsion du gaz.

L'équipe de W. D. Phillips a observé une distribution trimodale d'un nuage quasi-2D après un temps de vol assez long (10 ms) pour $T < T_{BKT}$, les trois composantes ont été identifiées au superfluide, quasi-condensat et gaz thermique [63]. Pour des temps de vols plus courts (5 ms), la distribution observée était bimodale. Le point critique de la transition a été identifié par la largeur minimale du pic étroit de la distribution bimodale. Par interférence de deux nuages, ils ont mesuré la fonction de corrélation du gaz à température constante, et ont trouvé que la longueur de cohérence augmente avec la densité. Pour $T > T_{BKT}$, la longueur de cohérence mesurée est plus grande que la longueur thermique et plus petite que la taille du nuage, compatible avec un quasi-condensat. Dans la phase superfluide, la fonction de corrélation décroît plus lentement et est non nulle aux bords du nuage.

Écoulement superfluide. L'observation directe du caractère superfluide d'un gaz de Bose quasi-2D en termes d'écoulement sans frottement a été rapportée très récemment, par l'équipe de J. Dalibard [65]. En faisant tourner un défaut localisé, ils ont montré l'existence d'une vitesse critique en dessous de laquelle il n'y a pas de dissipation (chauffage). Ce comportement superfluide a lieu si le potentiel chimique dépasse une valeur critique, supérieure à la prédiction théorique (1.31) pour un système homogène avec le même paramètre d'interaction. Dans le cas contraire, une dissipation est toujours présente.

Modes collectifs. Le système obéit aux équations de l'hydrodynamique superfluide. Dans un piège, il présente des modes d'excitation collective, dont l'observation peut aussi servir comme signature de la transition BKT. En effet, certains modes n'existent pas dans un gaz thermique dilué et son observation peut indiquer le point critique d'apparition d'une fraction superfluide. La fréquence de certains modes dépend de la dimensionnalité du gaz, et sa mesure permet de situer les régimes 2D et 3D. Dans le régime 3D, la présence d'un mode ciseau a permis de mettre en évidence le caractère superfluide du gaz [69, 70]. En dimension deux, une telle investigation n'a pas été menée avant ce travail de thèse et constitue un résultat important de ce manuscrit, qui fera l'objet du chapitre 5.

Les résultats expérimentaux listés ici soutiennent la théorie BKT, malgré sa formulation pour un système homogène. Des questions sur les effets de taille finie permet-

12. Compatible avec la résolution du système d'imagerie.

tant une compréhension complète des systèmes expérimentaux restent ouvertes. On remarque en particulier que la présence de cohérence à l'échelle du nuage piégé entraîne l'apparition d'une fraction condensée. Dans ce sens, le gaz subit une condensation de Bose-Einstein.

Chapitre 2

Description du montage expérimentale

La production d'un condensat de Bose-Einstein nécessite de faire fonctionner simultanément toute une série d'éléments mécaniques, magnétiques, optiques, électroniques et informatiques. Le montage doit réunir une série de conditions favorables malgré les contraintes techniques. Il est essentiel d'avoir un vide de haute qualité pour minimiser la perte d'atomes par collisions avec le gaz résiduel. Cela peut être obtenu en séparant la source d'atomes de la cellule de travail par un tube fin maintenant une différence de pression. Un piège magnéto-optique est un excellent point de départ car il fournit un grand nombre d'atomes initialement refroidis, ce qui est indispensable pour une évaporation efficace. Il est aussi nécessaire de disposer d'un piège final permettant d'atteindre la condensation.

Le choix de l'atome de ^{87}Rb repose sur la disponibilité de sources lasers à la fréquence de la transition atomique $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ à 780 nm. Dans notre système nous avons comme source d'atomes un piège magnéto-optique bidimensionnel (PMO 2D), qui produit un jet ralenti d'atomes chargeant un piège magnéto-optique tridimensionnel (PMO 3D). Les atomes sont transférés dans un piège magnétique quadrupolaire, et transportés vers une chambre à ultravide en verre, appelé « cellule science ». Dans cette cellule, les atomes sont transférés dans un piège quadrupolaire bouché par un faisceau laser désaccordé vers le bleu de la transition atomique, et l'évaporation radiofréquence a lieu. La détection des atomes se fait par imagerie par absorption.

Dans ce chapitre je décrirai les différentes parties du système expérimental. Je ferai une brève description de l'enceinte à vide en passant par la source d'atomes, le piège magnéto-optique 3D et la cellule finale. Je parlerai aussi du système laser et du système d'imagerie. Une description plus détaillée de ces parties pouvant être trouvées dans la thèse de Thomas Liennard [101], je me limiterai ici à présenter l'essentiel pour permettre la compréhension des résultats. Je décrirai plus en détail les nouveaux éléments de l'expérience : les bobines de transport magnétique et la source radiofréquence.

2.1 Enceinte à vide et pièges

L'enceinte à vide est constitué de trois chambres séparées par des tubes différentiels : la chambre du piège magnéto-optique 2D, la chambre octogonale du piège magnéto-optique 3D ou octogone, et la cellule science, où le condensat est produit, voir figure 2.1.

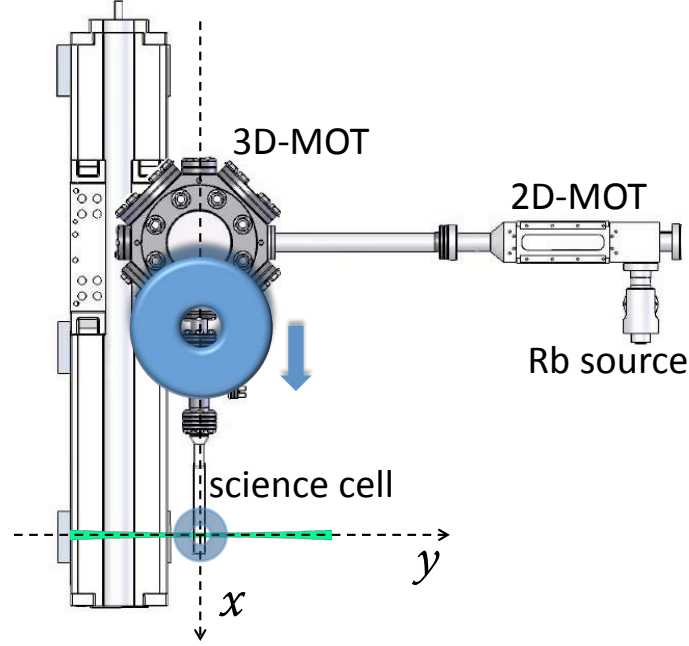


Figure 2.1 — Schéma du système vu de dessus. On y voit le PMO 2D avec le réservoir de Rb, l'octogone où a lieu le PMO 3D, et la petite cellule science en verre. On distingue également les bobines de transport, les bobines du quadrupole et le laser bouchon.

Simplified setup seen from above. One identifies the 2D magneto-optical trap with the Rb source, the 3D magneto-optical trap in the octagonal chamber, and the glass science cell where the BEC is produced. One can also distinguish the moving coils for magnetic transfer and the plug beam for the optically plugged quadrupole trap.

2.1.1 Piège magnéto-optique 2D

Le piège magnéto-optique 2D est la source d'atomes de ^{87}Rb pour le piège magnéto-optique 3D. Sa dissociation de l'enceinte du PMO 3D permet l'obtention d'un vide de meilleure qualité dans cette zone, nécessaire notamment pendant l'étape de transport magnétique des atomes de l'octogone vers la cellule finale. Notre PMO 2D a été acheté au SYRTE, et est décrit en détail dans la thèse de Patrick Cheinet [102]. Son principe de fonctionnement est le même que pour un piège magnéto-optique usuel, sauf qu'il est constitué de deux (et non pas trois) paires perpendiculaires de faisceaux de polarisation circulaire et de fréquence désaccordée vers le rouge de la

transition atomique $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F = 3\rangle$. Il fournit un jet horizontal ralenti et collimaté d'atomes qui charge le PMO 3D. Le dispositif est séparé en deux parties : la zone de refroidissement où est créé le piège magnéto-optique 2D proprement dit, et la zone de sortie du jet qui est reliée à l'octogone.

La zone de refroidissement est reliée à la réserve d'atomes — une ampoule entourée par un cordon chauffant à température contrôlée — par une vanne CF 16 et à une pompe ionique $2 \text{ L}\cdot\text{s}^{-1}$ qui fixe la pression à 10^{-8} mbar. En ce qui concerne l'optique, il y a trois collimateurs à l'extrémité de cette zone : un pour le refroidissement dans l'axe horizontal, un pour l'axe vertical et un pour le faisceau pousseur. Ce faisceau permet de transférer plus efficacement les atomes capturés vers l'octogone. Les deux collimateurs de refroidissement sont connectés à des fibres à maintien de polarisation qui fournissent chacune environ 55 mW de faisceau refroidisseur et 2 mW de repompeur. La source de ces lasers est présentée dans la section 2.3. Après les collimateurs, des lames de phase à $\lambda/2$ et $\lambda/4$, cubes séparateurs de polarisation et miroirs sont disposés comme montre la figure 2.2, de manière à piéger et refroidir les atomes dans deux dimensions. Le champ magnétique du PMO 2D est créé par deux paires de bobines de gradient $22 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$.

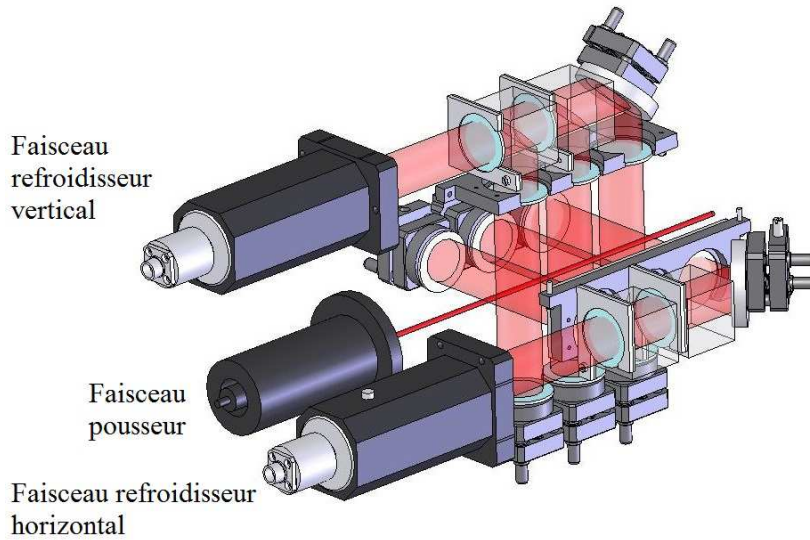


Figure 2.2 — Plan du piège magnéto-optique 2D. On y voit les collimateurs correspondant aux faisceaux refroidisseurs et pousseur, ainsi que les optiques permettant de piéger les atomes en deux dimensions. Les fibres optiques ne sont pas représentées.

Sketch of the two-dimensional magneto-optical trap. One sees the collimators corresponding to the trapping and push beams, as well as the optical elements for trapping the atoms in two dimensions.

La direction libre correspond à l'axe du faisceau laser pousseur provenant du troisième collimateur. Ce faisceau pousse les atomes à travers le trou de pompage différentiel de 1,5 mm de diamètre, lequel fait l'interface avec la zone de sortie du jet. Cette

zone est pourvue d'une pièce en graphite d'ouverture conique servant à absorber les atomes qui ne font pas partie du jet collimaté. La pression de vapeur de rubidium dans la zone de sortie du jet est de 10^{-9} mbar. Cette zone est relié à l'octogone par un tube de diamètre 16 mm et de longueur 18 cm. La vitesse moyenne longitudinale du jet est de $13 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, et la température transverse vaut environ $400 \text{ }\mu\text{K}$.

2.1.2 Piège magnéto-optique 3D

Le piège magnéto-optique 3D est créé dans une chambre métallique octogonale. En présence d'un champ quadrupolaire, les atomes sont ralentis et piégés par la force de pression de radiation des faisceaux refroidisseurs, une force de rappel vers le centre du piège. Les faisceaux refroidisseurs sont disposés en trois paires perpendiculaires entre eux de faisceaux contre-propageants et désaccordés à -3.3Γ de la transition $|5S_{1/2}, F=2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F=3\rangle$ du rubidium 87. Un laser repompeur, aussi présent dans ces faisceaux et asservi sur la transition $|5S_{1/2}, F=1\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F=2\rangle$, sert à ramener les atomes qui se dés excitent vers le niveau hyperfin $|5S_{1/2}, F=1\rangle$ dans la transition cyclante.

L'octogone possède au total huit hublots. Six de ces hublots¹ donnent passage aux faisceaux du PMO 3D. Des deux hublots restant², l'un est dans l'axe du faisceau pousseur du PMO 2D et l'autre est dans l'axe du transport magnétique. Ce dernier est particulièrement utile pour le réglage du transport d'atomes vers la cellule science par imagerie par absorption. L'octogone est pompé par une pompe ionique $25 \text{ L}\cdot\text{s}^{-1}$, sa pression à l'intérieur est meilleure que 10^{-9} mbar. Cela correspond à une durée de vie d'environ 30 s.

Je décrirai ensuite la partie optique du PMO 3D. La partie magnétique, assurée par les bobines de transport, sera présentée dans la section 2.2.

Partie optique

Nous avons six faisceaux indépendants qui traversent six hublots de l'octogone et se superposent dans son centre. Ils sont formés par les lasers refroidisseur et repompeur du PMO 3D et proviennent de six collimateurs compacts à trois lentilles fabriqués sur mesure par le SYRTE. Des $\lambda/4$ sont intégrées aux collimateurs et produisent un faisceau de polarisation circulaire de diamètre à $1/e^2$ égal à 24 mm, diaphragmé à un diamètre de 1 pouce.

Les collimateurs sont alimentés par des fibres à maintien de polarisation sortis d'un système commercial de division de faisceaux, le système FiberPort cluster de Schäfter+Kirchhoff. Ce système est lui même alimenté par deux fibres à maintien de polarisation : la fibre du laser refroidisseur et la fibre du laser repompeur, dont la source laser est décrite dans la section 2.3. Les deux lasers sont mélangés et divisés en six à l'aide de cubes séparateurs de polarisation et de lames de polarisation avec un réglage accessible de l'extérieur. Il se trouve que pour des raisons de simplicité, nous avons une partie du laser repompeur déjà mélangé dans le laser refroidisseur. Les lames de

1. Deux du type CF 63, quatre CF 40.

2. Du type CF 16.

polarisation nous permettent de régler la répartition de puissance entre les six faisceaux à tout moment.

Deux lames de réflexion 1% suivies par deux photodiodes collectent une partie des faisceaux rentrant et nous permettent de mesurer l'évolution de ces niveaux. Nous avons typiquement 40 mW de refroidisseur et 450 μ W de repompeur en moyenne par faisceau, ce qui correspond à un signal de -6,8 V et -53 mV, respectivement.

Le piège magnéto-optique est chargé typiquement entre 5 et 10 secondes avec $1,2 \times 10^9$ atomes, valeur calculée à partir de la fluorescence captée par une lentille placée à 20 cm des atomes et focalisée sur une photodiode. Cela correspond à un flux d'atomes guidés par le faisceau pousseur de $1,2 \times 10^8$ atomes \cdot s $^{-1}$ au minimum.

2.1.3 Cellule science et piège magnétique

Dans la cellule science le condensat est produit, manipulé et ensuite détecté. Le choix de la cellule s'appuie sur la maximisation d'accès optique autour de celle-ci, laissant un large champ de possibilités ouvertes. La cellule est faite en quartz traité antireflet sur les faces extérieures aux longueurs d'onde 532 nm et 650 – 1100 nm. Les parois internes de la cellule ont une section carrée de 10 \times 10 mm, une épaisseur de 1,25 mm et une longueur de 83,5 mm.

Elle est pompée par une pompe ionique 20 L \cdot s $^{-1}$ et une pompe à sublimation de titane. La pression résiduelle est estimée à 10^{-11} mbar et correspond à une durée de vie de l'ordre de 150 s.

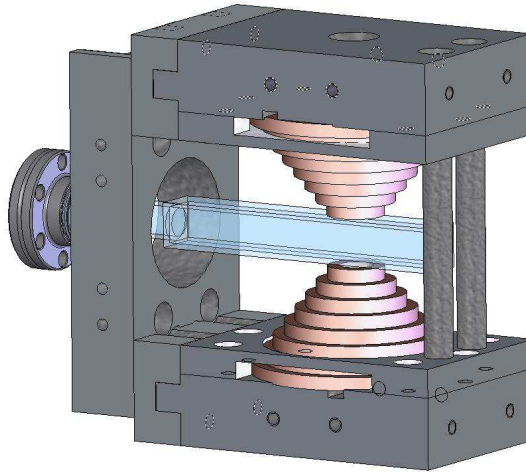


Figure 2.3 — Vue de la cellule science et des bobines coniques qui produisent le champ magnétique quadrupolaire.

View of the science cell and of the conic coils producing the quadrupole magnetic field.

Une paire de bobines³ refroidies à l'eau de forme conique et d'axe vertical (figure 2.3), placées à l'extérieure de la cellule, produit un champ magnétique quadrupolaire d'axe vertical centré sur celles-ci :

$$\mathbf{B}(x,y,z) = b'(x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y - 2z\mathbf{e}_z). \quad (2.1)$$

Nous notons x la direction du transport magnétique, y la direction de propagation du faisceau bouchon, appelé « plug », qui correspond aussi à l'axe du faisceau d'imagerie horizontale, et z la direction verticale (voir la figure 2.1). Le gradient horizontal mesuré est $b' = 1,98(2) \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}\cdot\text{A}^{-1}$, le détail de cette mesure est présenté dans la suite. Le faisceau plug entrera en jeu dans le piège quadrupolaire bouché, et sera traité dans le chapitre 3.

Mesure du gradient magnétique

Le gradient magnétique a été mesuré avec précision à partir des oscillations verticales d'un condensat dans un piège quadrupolaire pur. Les atomes subissent à la fois l'accélération de la gravité, $-g$, et l'accélération magnétique, $-\frac{2\mu}{M}b'\frac{z}{|z|}$ où μ est le moment magnétique de l'atome. Le bilan est différent selon que l'atome est au-dessus (a_+) ou en dessous (a_-) du zéro du champ magnétique :

$$a_+ = -g - \frac{2\mu}{M}b', \quad (2.2a)$$

$$a_- = -g + \frac{2\mu}{M}b'. \quad (2.2b)$$

Pour exciter une oscillation dans la direction verticale, le piège quadrupolaire bouché (voir section 3.3) utilisé pour produire le condensat est coupé pendant 10 ms, ce qui fait tomber les atomes sous l'effet de la gravité. Ensuite le champ magnétique est rallumé à 28 A, et les atomes oscillent dans le piège quadrupolaire pendant une durée variable. Ils sont finalement observés après un temps de vol de 25 ms. Le centre du nuage atomique est déterminé, et sa position verticale est tracée en fonction du temps dans la figure 2.4.

Les données sont ajustées à deux paraboles, permettant les mesures de a_+ et a_- . Par la relation $g = -\frac{1}{2\mathcal{G}}(a_+ + a_-) = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ on détermine le grandissement \mathcal{G} de l'imagerie. La valeur du gradient magnétique à 28 A est obtenu à partir de l'expression :

$$b' = \frac{M}{4\mu\mathcal{G}}(a_- - a_+) = 55,4(6) \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}, \quad (2.3)$$

ce qui donne $b' = 1,98(2) \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}\cdot\text{A}^{-1}$.

2.2 Bobines de transport

Le champ magnétique quadrupolaire du PMO 3D est créé par une paire de bobines appelées « bobines de transport ». Elles sont situées à l'extérieur de l'octogone dans

3. Chaque bobine est composée de 40 tours de fil de cuivre creux.

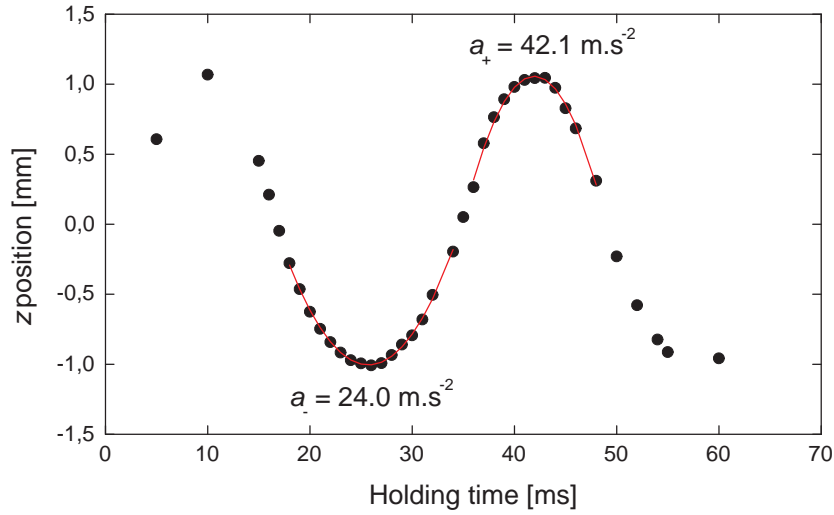


Figure 2.4 — Position verticale du nuage en fonction du temps. Le gaz oscille dans piège quadrupolaire en présence de gravité, et subi une accélération différente selon sa position.

Cloud vertical position as a function of time. The gas oscillates in a quadrupole magnetic trap in presence of gravity, and undergoes different acceleration according to its position

l'axe z et reposent sur un support posé sur un rail de translation, voir figure 2.5. Ces bobines ont un trou central laissant passer les faisceaux refroidisseurs verticaux. Elles se déplacent sur le rail et transportent les atomes dans un piège magnétique vers la cellule science.

Au début de ma thèse, le support des bobines de transport était conçu en Dural, matériel conducteur électrique, refroidi à l'eau circulant à l'intérieur. Chaque bobine était liée à une alimentation Delta-Elektronika indépendante de tension maximale 70 V et courant maximal 45 A. Un switch permettait la coupure rapide du courant en un temps inférieur à la milliseconde. Le gradient horizontal était $2,25 \text{ G.cm}^{-1} \cdot \text{A}^{-1}$. Lors de la coupure du champ, des courants de Foucault dans le support en Dural persistaient pendant plusieurs dizaines de millisecondes et créaient un champ rémanent. Cela nous a empêché d'utiliser les phases de mélasse et de pompage optique, limitant le nombre d'atomes chargés dans le piège magnétique.

Dans le but de résoudre ce problème et d'augmenter la performance du système, des nouvelles bobines et un nouveau support en résine non conductrice⁴ ont été conçus et fabriqués pendant ma thèse, en gardant le même encombrement. Cela empêche la circulation des courants de Foucault dans le support. Comme la résine est isolant thermique, le refroidissement des bobines par l'eau circulant à l'intérieur du support n'est pas possible, et l'eau doit circuler à l'intérieur des fils creux pour dissiper la

4. Damival.

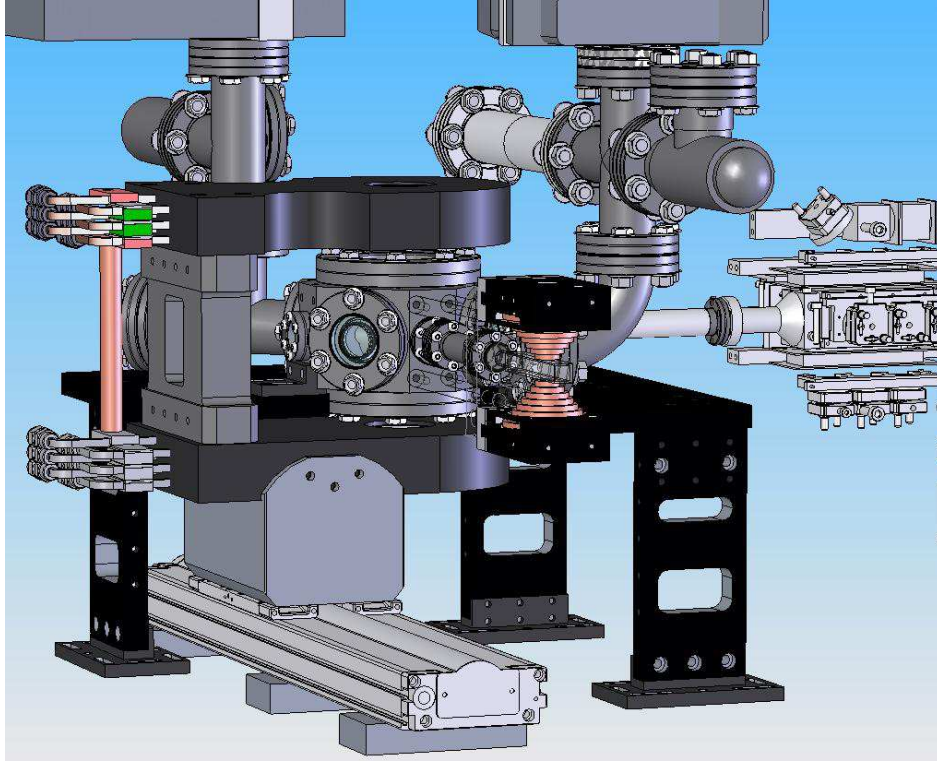


Figure 2.5 — Schéma des bobines de transport à leur position initiale : autour de l’octogone, où le piège magnéto-optique 3D se produit. On voit sur la figure le rail de translation des bobines ainsi que le piège magnéto-optique 2D à droite et la cellule science.

Sketch of the transport coils at their initial position : around the octagonal chamber, where the 3D magneto-optical trap is produced. One also sees the translation rail, the 2D magneto-optical trap, right, and the science cell.

chaleur produite par effet Joule.

2.2.1 Fabrication

Le nouveau système est composé de deux blocs de résine illustrés dans la figure 2.6(a). Chaque bloc contient trois bobines en fil⁵ de cuivre kaptoné creux carré enroulé dans le même sens. Chaque bobine est formée de 18 spires réparties sur 2 couches, la transition entre les couches se faisant au centre. Les bobines sont raccordées en série au niveau électrique, et en parallèle en ce qui concerne l’arrivée d’eau pour un refroidissement optimal. La figure 2.6(b) est une photo des trois bobines qui composent un des blocs.

La méthode de fabrication de bobines a été perfectionnée après plusieurs essais, en fabricant des bobines semblables de manière plus efficace à chaque fois [103]. Un mandrin et des pièces auxiliaires sur mesure ont été prévus pour cet effet, et réalisés dans l’atelier de mécanique du laboratoire. En premier, 6,4 m de fil de cuivre carré est

5. Achetés chez la société APX, dimensions externes de 5×5 mm et internes de 3×3 mm.

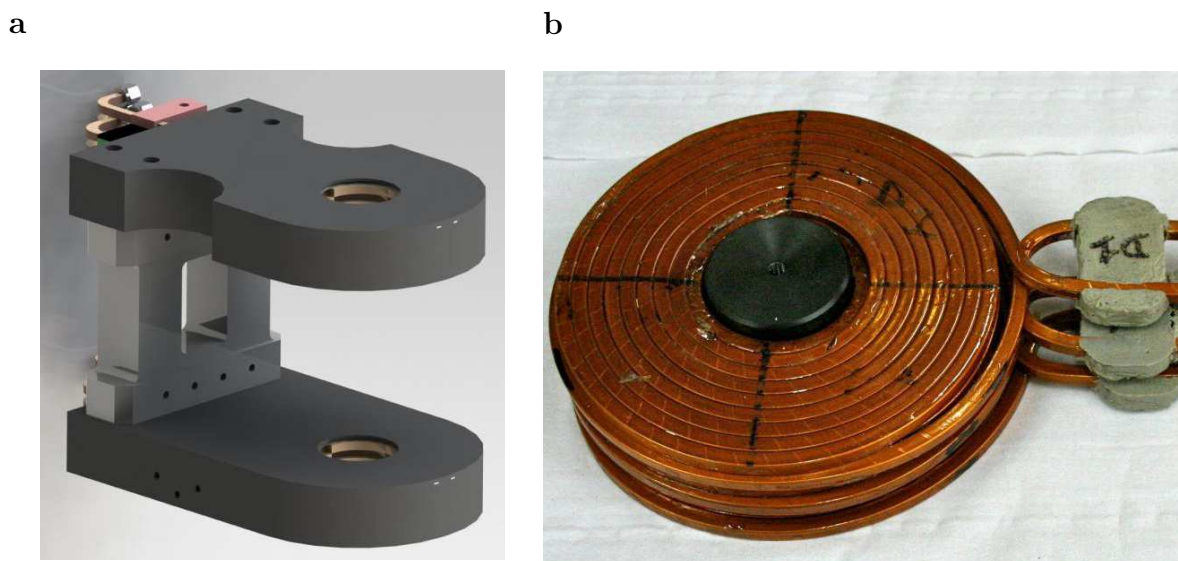


Figure 2.6 — (a) Plan des blocs en résine contenant trois bobines chacun. (b) Photo des trois bobines qui composent un des blocs.

(a) Sketch of the resin blocs containing three coils each. (b) Photo of the three coils composing one of the blocks.

coupé. Le fil est déjà enrobé d'un film de Kapton, isolant électrique et résistant à la chaleur. Ensuite on commence à l'enrouler par le milieu, où se fait la transition entre les deux couches. Après avoir fixé le fil de la couche inférieure, on continue l'enroulement de l'autre jusqu'au bout. Le tout fixé, on retourne le support dans une opération délicate pour enrouler ensuite la deuxième couche de la bobine. Des cales en téflon sont nécessaires pour contrôler l'enroulement proche de l'axe au changement de couche. Des couches fines de colle polyépoxyde⁶ au milieu et à l'extérieur de la bobine assurent son maintien. Le processus de fabrication artisanale des bobines étant délicat, toute l'équipe a contribué. Au total, onze bobines ont été fabriquées, cinq enroulées dans le sens « droit », appelées D1, D2, D3, D4, D5, et six dans le sens « gauche », appelées G1, G2, G3, G4, G5 et G6.

Toutes les bobines ont été testées (voir la section suivante) nous permettant de choisir un groupe de trois « bobines droites » et un groupe de trois « bobines gauches » pour constituer chaque bloc du module de transport. Les trois bobines de chaque groupe ont été collées entre elles sous pression avec la colle polyépoxyde, dont la tenue à 100°C a été testée. La compression pendant le collage assure le parallélisme et un écart minimal entre les bobines. Le moulage des blocs en résine, qui comprend une phase de cuisson de celle-ci à 70°C pendant dix minutes, a été réalisé par l'entreprise ABC Technology.

Les deux blocs sont en série avec trois alimentations Delta Elektronika (modifiées pour fournir jusqu'à 110 A / 15 V) en parallèle, et sont parcourus en sens opposés par un courant pouvant atteindre 296 A. Le gradient radial du champ quadrupolaire créé vaut $0,25 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}\cdot\text{A}^{-1}$, donnant $74 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$ à courant maximal. Une quatrième

6. Araldite.

alimentation Delta Elektronika (35 V, 45 A) est mise en parallèle avec le bloc inférieur, ce qui nous permet de régler précisément la hauteur du zéro magnétique à la hauteur du tube différentiel arrivant à la cellule.

Jusqu'à présent, nous n'avons pas encore exploré la possibilité de faire une mélasse optique et/ou un pompage optique avec ce nouveau système, faute d'un circuit adapté pour couper rapidement les courants en jeu. Les nouveaux switchs permettant de couper un courant de 400 A en 500 μ s sont en cours de développement dans les ateliers d'électronique et de mécanique du laboratoire. Deux nouvelles alimentations Delta Elektronika de courant maximal égal à 400 A (et tension maximale de 15 V) viennent d'être installées sur les bobines, ce qui permettra d'avoir un gradient radial de 100 G·cm⁻¹ et d'augmenter la fraction d'atomes transportés. L'amenée des nouveaux câbles électriques et des tubes de refroidissement à l'eau, qui devront suivre le déplacement des bobines, est un défi à part en cours de réalisation.

2.2.2 Test des bobines

Dans le but de caractériser et de choisir les meilleures bobines pour constituer notre système, toutes les bobines fabriquées ont été soumises à une série de mesures : résistance électrique, mesures de champ et de gradient magnétique autour d'une position donnée correspondant à l'emplacement des atomes dans la configuration finale, déviation du zéro magnétique par rapport au zéro géométrique et ellipticité du champ magnétique. Ce travail a été décrit en détail dans le rapport de stage de Loïc Maxel [103].

Les mesures ont été effectuées à l'intérieur d'une cage cubique de compensation du champ magnétique terrestre, dont chaque face comprend une bobine dans son encadrement en configuration Helmholtz avec la bobine en face. Un champ uniforme contrôlable est produit à l'intérieur de la zone centrale de $5 \times 5 \times 5$ cm³ afin de compenser le champ magnétique terrestre et d'autres champs parasites à cet endroit. Pour que la région⁷ où nous voulons faire les mesures soit dans cette zone de compensation optimale, un support en bois à 85 mm du centre de la cage a été utilisé pour brider chaque bobine de façon reproductible.

La mesure de la résistance électrique d'une bobine nous indique si un court circuit a été produit lors de sa fabrication. Une résistance électrique inférieure à 10 m Ω est attendue pour chaque bobine, ce qui demande une méthode de mesure sensible à des faibles résistances. La méthode utilisée a été de faire circuler un fort courant I , typiquement 50 A, et de mesurer la différence de tension U entre les deux pattes de la bobine. La résistance est donnée alors par le rapport U/I . Une première mesure a été faite avec la même longueur de fil d'une bobine non enroulée. Le résultat est une résistance linéique de 1,41 m Ω ·m⁻¹, correspondant à 8,2 m Ω pour la bobine. Des onze bobines testées, dix ont une résistance comprise entre 8 et 8,3 m Ω (la moyenne est $8,13 \pm 0,09$ m Ω), et la bobine G6 a une résistance de 7,7 m Ω , bien inférieure aux autres. La suite des mesures confirme notre hypothèse de court circuit sur cette bobine.

7. Dans un bloc, chacune des trois bobines est à une distance différente des atomes, car leur épaisseur est non négligeable et vaut 10 mm. Pour tester toutes les bobines dans les mêmes conditions de façon systématique, nous avons choisi de les mettre à la place de la bobine du milieu, et d'effectuer les mesures à 75 mm de hauteur de la face la plus proche des atomes.

Une sonde à effet Hall transverse a été utilisée pour prendre les valeurs de champ magnétique à plusieurs positions dans l'axe des bobines, que nous appelons z dans la suite, avec l'origine au centre de la bobine. La sonde a été fixée à un support contenant trois translations micrométriques, permettant son déplacement suivant l'axe z et deux autres directions perpendiculaires x et y avec une précision de $10\ \mu\text{m}$. Les mesures ont été effectuées entre $z = 70$ et $z = 80$ mm pour un courant de 50 A.

Le champ magnétique mesuré en $z = 75$ mm pour les bobines D1 à D5 et G1 à G5 est $16,3 \pm 0,2$ G. La bobine G6 a un champ plus faible de 15,3 G. Le gradient extrait d'une régression linéaire des mesures est de $4,29 \pm 0,05\ \text{G}\cdot\text{cm}^{-1}$ en excluant la bobine G6 qui possède un gradient plus faible de $4,04\ \text{G}\cdot\text{cm}^{-1}$. La dispersion de ces mesures est correcte, de l'ordre du pourcent. Un court circuit entre deux spires de G6 peut expliquer les valeurs significativement plus faibles de champ, gradient et résistance électrique.

Dans le plan xy , les mesures de gradient ont été faites avec une sonde longitudinale placée d'abord au zéro magnétique des bobines à la hauteur de 75 mm. La position du zéro magnétique (x_M, y_M) par rapport au centre géométrique des bobines vaut $x_M = -2,5 \pm 0,5$ mm et $y_M = 6,6 \pm 0,8$ mm, sauf pour G6 qui encore une fois diverge des autres. Cette déviation, due à des asymétries des bobines, est assez importante vu que dans le PMO 3D le faisceau refroidisseur vertical doit traverser le trou central des bobines et atteindre le zéro magnétique. Le trou après moulage a un diamètre de 45 mm et notre faisceau a 1 pouce de diamètre, ce que nous a permis de le placer proprement sans que la déviation du zéro soit gênante.

Toujours en excluant la bobine défectueuse G6, les gradients magnétiques mesurés à 50 A suivant les axes x et y sont de $2,12 \pm 0,02\ \text{G}\cdot\text{cm}^{-1}$ et $2,09 \pm 0,03\ \text{G}\cdot\text{cm}^{-1}$ respectivement. Le rapport entre les gradients horizontaux de chaque bobine nous donne son ellipticité, qui en moyenne vaut $1,01 \pm 0,02$.

Après ces mesures nous avons conclu que les bobines D1 à D5 et G1 à G5 sont toutes correctes et candidates à intégrer notre système. Le choix final des six bobines à assembler a été basé sur une minimisation de l'encombrement géométrique.

2.2.3 Transport magnétique

Le transport magnétique des atomes de l'octogone vers la cellule science est une phase importante de la séquence expérimentale. Une technique possible est de placer sur tout le chemin des paires de bobines dont le courant est modulé de façon à faire se déplacer le zéro jusqu'à l'enceinte finale. La technique que nous utilisons consiste à déplacer physiquement les bobines de transport jusqu'à l'enceinte finale, faire le transfert des atomes vers le piège quadrupolaire produit par les bobines coniques autour de la cellule, et ensuite de faire retourner les bobines de transport à leur position initiale, dégageant de l'accès optique autour de la cellule. La distance parcourue par les bobines de transport, correspondant à la distance entre le PMO 3D et le piège final, est de 28 cm.

Vu le déplacement important des bobines, le positionnement des gros câbles électriques et des tubes d'eau qui alimentent les bobines doit être très bien contrôlé durant la phase de transport, de façon à éviter les contraintes mécaniques pouvant endom-

mager les connections. Pour assurer le suivi reproductible de ces câbles, nous utilisons un système de chaîne pour les guider. Deux chaînes d'extrémités fixes contiennent les câbles d'alimentation et les tubes d'eau à l'intérieur. La figure 2.7 montre une photo de ce système.

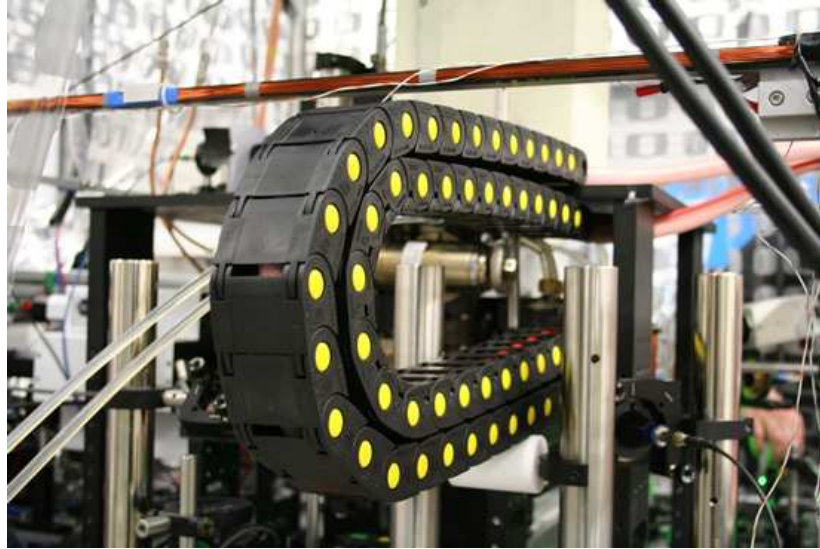


Figure 2.7 — Système de chaîne pour guider les câbles d'alimentation électriques et les tubes d'eau des bobines pendant le transport magnétique.

The chain system used to guide the coils' electrical wires and water cooling pipes during the magnetic transportation.

La translation utilisée est entraînée par un moteur⁸. Elle est conçue pour supporter une charge de 170 kg, une vitesse de $1,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, une accélération de $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, et la répétabilité de son positionnement est de $1,3 \text{ }\mu\text{m}$. Le moteur est commandé par l'ordinateur via un module de contrôle⁹, où une séquence de déplacement correspondant au transport des atomes est chargée. Elle contient comme information les valeurs de mouvement position initiale et finale, vitesse, accélération, et dérivée de l'accélération maximales pendant l'aller et le retour. Chaque trajet dure 1050 ms. Les paramètres comme le moment d'inertie, la raideur et l'amortissement ont été réglés et optimisés pour permettre aux grandeurs de mouvement d'atteindre le plus rapidement possible leur valeur cible tout en minimisant les oscillations rapides.

Nous arrivons à transporter environ 20% des atomes du PMO de l'octogone jusqu'à la cellule, mesuré par recapture des atomes dans le PMO après le transport. Une perte initiale de 2/3 des atomes est due au chargement des atomes dans le piège magnétique dans l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$, vu que la phase de pompage optique n'a pas été implémentée pour le moment. Le restant des atomes est perdu lors du passage du nuage

8. Translation Parker du type 404XR, servomoteur brushless Parker SMH60.

9. Programmable Logic Controller Compax 3.

dans le tube différentiel par évaporation sur les parois, comme cela est expliqué dans la thèse de Thomas Liennard[101].

2.3 Système laser

Au total, quatre sources lasers différentes composent notre système laser, trois sources à 780 nm et une source à 532 nm. Nous avons un laser télécom doublé, un laser à cavité étendue, une diode laser et un laser Millennia YAG doublé.

2.3.1 Lasers à 780 nm

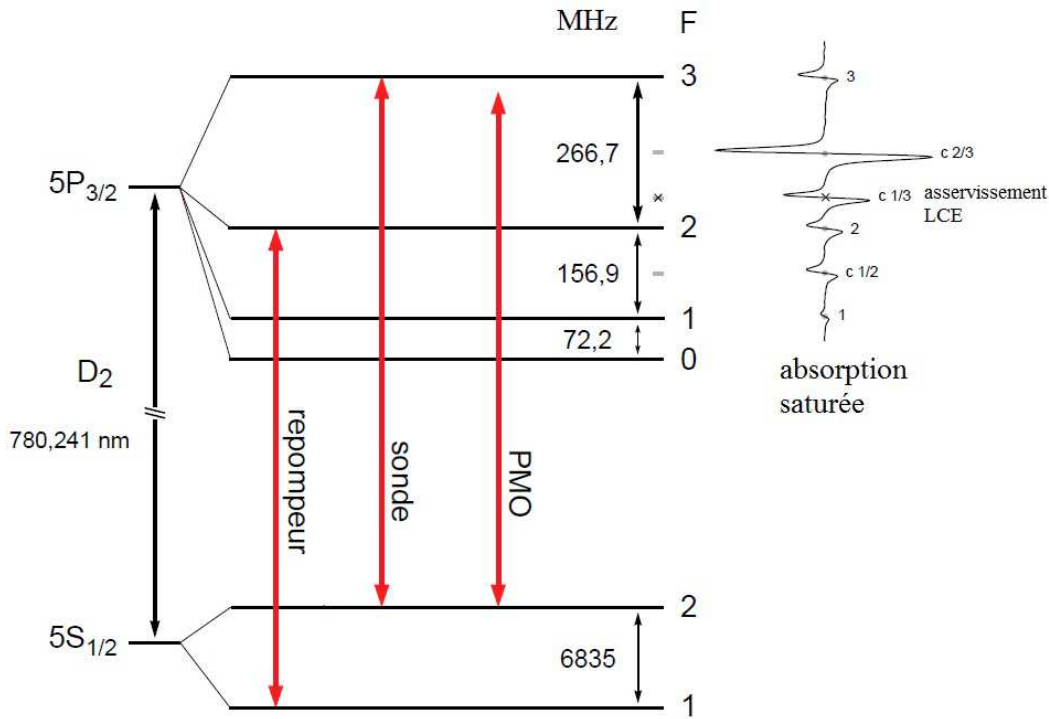


Figure 2.8 — Niveaux du ^{87}Rb et fréquence des différents faisceaux utilisés : refroidisseur, repompeur et sonde.

^{87}Rb D_2 transition hyperfine structure and frequency of the different laser beams : cooling, repump and probe.

Laser doublé

Ce laser fournit les faisceaux refroidisseurs des pièges magnéto-optique 2D et 3D, ainsi que le faisceau pousseur guidant les atomes du PMO 2D vers le PMO 3D. Il a été monté au laboratoire et peut atteindre jusqu'à 2 W de lumière à 780 nm autour

de la transition $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F = 3\rangle$, que nous appelons (2→3) dans la suite. La fréquence du faisceau en sortie du laser doublé est asservie autour de +102 MHz de (2→3) par battement avec un faisceau provenant du laser à cavité étendue qui sert comme référence de fréquence. La fréquence du battement peut être modifiée dynamiquement avec une grande bande passante [101]. Un modulateur acousto-optique, placé sur le faisceau du laser doublé avant les fibres correspondant aux faisceaux refroidisseurs et pousseur, permet de décaler de -120 MHz la fréquence des faisceaux et de la ramener dans le rouge de la transition atomique, à -18 MHz.

Le laser doublé est composé d'une diode télécom, d'un amplificateur fibré et d'un cristal doubleur. La diode produit un faisceau à 1560 nm de puissance supérieure à 1 mW, lequel arrive par une fibre monomode dans un amplificateur à fibre dopée erbium et gain réglable jusqu'à 40 dB. À la sortie, on peut avoir jusqu'à 10 W de puissance laser pompe, qui est ensuite doublée dans un cristal à retournement périodique de niobate de lithium (ppLN) produisant le faisceau à 780 nm. Pour une bonne stabilité de température, le cristal ppLN est monté dans une boîte où se trouvent l'arrivée de la fibre pompe, une lentille de focalisation, le cristal et une dernière lentille pour collimater le faisceau doublé en sortie. Le cristal est placé dans un four qui le maintient à la température d'environ 90°C nécessaire pour l'accord de phase. Un Peltier permet le réglage fin et l'asservissement de cette température, dont la stabilité est meilleure que 0,1°C. Le four est fixé sur un support permettant un réglage de l'orientation du cristal accessible de l'extérieur de la boîte. On trouvera dans la thèse de Thomas Liennard une description détaillée de ce laser doublé.

Laser à cavité étendue, LCE

Le laser à cavité étendue fournit deux faisceaux d'imagerie et un faisceau qui sert comme référence de fréquence pour le battement avec le laser doublé. Sa puissance de sortie est d'environ 50 mW. À l'aide d'un montage d'absorption saturée, il est asservi sur la raie de croisement de niveau entre les transitions (2→1) et (2→3), à -212,15 MHz de la transition (2→3). Comme un modulateur acousto-optique décale la fréquence du faisceau pompe de l'absorption saturée de +104,3 MHz par rapport au faisceau sonde, la raie d'asservissement elle-même est décalée par effet Doppler de -160 MHz de la transition (2→3), et le laser est asservi à cette fréquence (figure 2.8).

Diode laser

Une diode laser Sanyo indépendante est utilisée pour le faisceau repompeur (1→2) qui recycle les atomes se retrouvant dans $|5S_{1/2}, F = 1\rangle$ dans la transition cyclante. Par absorption saturée, le laser est asservi sur le croisement de niveau entre les transitions (1→1) et (1→2) décalé de +78,5 MHz par un modulateur acousto-optique afin de se retrouver sur la bonne transition. Le modulateur permet également un contrôle de la puissance du faisceau, valant 20 mW au maximum. Le repompeur est ensuite divisé en deux pour se mélanger aux faisceaux refroidisseurs des PMO 2D et 3D avant leur injection dans les fibres correspondantes.

2.3.2 « Bouchon laser » à 532 nm

Nous avons un laser doublé de longueur d'onde 532 nm et puissance en sortie 10 W qui sert comme bouchon optique du piège quadrupolaire. Comme il est très désaccordé vers le bleu de la transition atomique, il exerce une force dipolaire répulsive sur les atomes. En étant focalisé proche du zéro magnétique du piège, il expulse les atomes de cette région et évite les pertes Majorana (voir section 3.2) gênantes pour la condensation. À la position des atomes, la puissance du laser vaut environ 6 W, et son waist est de 46 μm .

Le laser utilisé est un laser multimode Millennia de la société Spectra Physics. Il a un cristal de triborate de lithium (LBO) pour doubler un faisceau 1064 nm, lui-même sortant d'un cristal de Nd :YVO₄ pompé optiquement par la lumière de quatre barres de diodes lasers. La cavité du Millennia est longue de un mètre avec beaucoup de modes longitudinaux au dessus du seuil, permettant de limiter les fluctuations d'intensité par la technique QMAP (*Quiet Multi-Axial Mode Doubling*). À puissance maximale, le rayon du faisceau à $1/e^2$ est d'environ 1,6 mm et son ellipticité est 0,95. Ces valeurs dépendent de l'alignement du faisceau et peuvent varier légèrement.

Pour basculer le faisceau entre deux voies nous avons prévu d'utiliser une cellule à effet Pockels. La première voie correspond au faisceau bouchon incident sur la cellule selon l'axe y . Il est envisagé d'utiliser la deuxième voie pour envoyer un faisceau qui tourne dans l'axe vertical au niveau des atomes à l'aide d'un modulateur acousto-optique 2D, ce qui entraînerait une rotation des atomes piégés.

2.3.2.1 Montage avec une cellule à effet Pockels

La cellule à effet Pockels se comporte comme une lame de polarisation à retard variable, qui dépend du champ électrique appliqué. En plaçant derrière un cube séparateur de polarisation, nous pouvons faire en sorte que le faisceau bouchon soit totalement transmis ou totalement réfléchi sur le cube en changeant la tension externe. Elle est commandée par une alimentation haute tension de 4 kV et un switch.

Après avoir traversé la cellule Pockels et le cube, le faisceau est envoyé vers les atomes selon l'axe y . Il passe par un périscope, une lentille achromat de focale 300 mm qui focalise le faisceau sur les atomes, et un dernier miroir dichroïque qui mélange le faisceau bouchon avec le faisceau d'imagerie horizontale. L'orientation de ce dernier miroir est contrôlée par des vis à pas fin et deux éléments piézoélectriques, qui permettent de modifier la position du faisceau sur les atomes à l'aide de deux tensions.

Nous avons deux possibilités pour couper le faisceau bouchon : piloter le module haute tension (diminution contrôlée de la puissance) ou utiliser le switch (coupure rapide). Avec le module haute tension, le temps de coupure du faisceau à puissance maximale est limité inférieurement à environ 500 ms. La coupure rapide du faisceau par le switch entraîne des oscillations de la puissance transmise de l'ordre de 10% pendant quelques centaines de microsecondes. En souhaitant couper plus proprement le faisceau bouchon lors du transfert des atomes du piège bouché vers le piège habillé, nous avons remplacé temporairement la cellule Pockels par un modulateur acousto-optique. Néanmoins, en retombant sur des nouveaux problèmes explicités plus bas,

nous avons restauré la configuration avec la cellule Pockels, qui ne nous empêche pas d’avoir un nombre satisfaisant d’atomes dans le piège habillé. En réalité, pour couper le faisceau lors de transfert des atomes vers ce piège nous utilisons d’abord le module haute tension pendant une durée de 250 ms et puis le switch, comme expliqué dans §4.3.1. Un meilleur contrôle sur la coupure du faisceau bouchon sera possible avec le remplacement du module haute tension qui pilote la Pockels.

2.3.2.2 Montage avec un modulateur acousto-optique

En cherchant une manière pour couper efficacement le faisceau bouchon, nous avons étudié la dépendance du temps de coupure et de l’efficacité de diffraction dans le modulateur acousto-optique avec le rayon à $1/e^2$ du faisceau, appelé « waist ». Trois configurations ont été étudiées. À chaque configuration, un télescope a été installé avant le modulateur pour mettre en forme le faisceau.

Après le modulateur acousto-optique, plusieurs systèmes de lentilles ont été testés. Les systèmes produisant un faisceau elliptique au niveau des atomes — deux fois plus petit dans la verticale que dans l’horizontale, comme les équipotentielles — n’ont pas été favorables à l’obtention du condensat. La condensation a eu lieu avec un faisceau bouchon rond de waist autour de $46\text{ }\mu\text{m}$, plus intense que dans les essais précédents. Cependant nous avons constaté que le modulateur acousto-optique présentait des effets importants de lentille thermique à haute puissance, le waist du faisceau à une distance fixe du modulateur étant dépendant de la puissance incidente. En plus, à haute puissance le modulateur acousto-optique dégradait le mode du faisceau, ce qui nous a poussé à abandonner son utilisation en faveur de la cellule Pockels.

2.3.2.3 Contrôle précis du pointé

Après l’obtention des premiers condensats, nous nous sommes aperçus de l’importance de contrôler finement le point de focalisation du faisceau bouchon. À cette époque, le miroir supérieur de l’ascenseur était utilisé pour régler le positionnement du laser bouchon. Ce miroir possède des vis graduées de précision $0,005^\circ$, permettant une excursion de $\pm 3^\circ$. Au niveau des atomes, sur le plan focal d’une lentille convergente de 250 mm, la précision du déplacement du faisceau était de $44\text{ }\mu\text{m}$ rendant ce réglage très ardu. Pour résoudre ce problème, nous avons choisi d’utiliser le miroir le plus proche des atomes comme miroir de réglage et d’implémenter un contrôle analogique beaucoup plus fin de l’inclinaison de ce miroir à l’aide de deux éléments piézoélectriques. Ces éléments peuvent se déformer sous l’application d’une tension électrique. Une monture spéciale a été conçue à l’atelier de mécanique pour le miroir où le matériau piézoélectrique est fixé au niveau des deux vis. La déformation du matériau au niveau du réglage du miroir est de $0,1\text{ }\mu\text{m}\cdot\text{V}^{-1}$, ce qui correspond à un déplacement du bouchon optique de $0,8\text{ }\mu\text{m}\cdot\text{V}^{-1}$ au niveau des atomes. On peut faire varier la tension de commande des piézos entre 0 et 150 V, soit une excursion totale du bouchon de $120\text{ }\mu\text{m}$ dans chaque direction.

2.4 Sources radiofréquence

Plusieurs sources de radiofréquences (rf) sont présentes dans l'expérience. Cela comprend la rf du refroidissement par évaporation, pour l'obtention du condensat, la rf d'habillage, responsable du transfert des atomes du piège bouché au piège habillé, la rf de spectroscopie utilisée dans ces deux pièges, et la rf d'évaporation dans le piège habillé, appelé « couteau ». Je décrirai en détail la source rf utilisée pour l'habillage dans la partie 2.4.1, et je décrirai plus rapidement les autres sources dans la partie 2.4.2.

2.4.1 Radiofréquence pour l'habillage

Une grande partie de nos études a été menée dans le piège quadrupolaire habillé avec une radiofréquence. Ce piège sera détaillé dans le chapitre 4, ici on s'intéressera à la source rf qui génère les signaux envoyés aux deux antennes d'habillage, appelées H1 et H2. La qualité spectrale de la source rf utilisée pour alimenter ces antennes est très importante pour limiter le chauffage et la perte d'atomes dans le piège habillé [104]. Il est nécessaire que la source soit à bas bruit de fréquence, amplitude et phase et ait une largeur de raie étroite. Pour alimenter les deux antennes, la source doit fournir deux signaux de même fréquence ν_{rf} dont l'amplitude et la phase puissent être contrôlées indépendamment. En plus, pour habiller les atomes et exciter des modes collectifs, il est envisageable de pouvoir effectuer des rampes de fréquence, phase et amplitude, différentes en chaque sortie. Le mécanisme d'excitation de tels modes sera discuté dans le chapitre 5. La gamme de fréquence dans laquelle le dispositif doit fonctionner est de 100 kHz à environ 5 MHz. Dans l'absence d'une source commerciale satisfaisante, nous l'avons conçue et fabriquée en collaboration avec l'atelier d'électronique du laboratoire. Je parlerai dans la suite des antennes d'habillage et de la source rf conçue pour l'expérience, qui comprend un synthétiseur commercial et un synthétiseur maison.

2.4.1.1 Antennes d'habillage

Les antennes H1 et H2 sont situées à l'extérieure de la cellule science selon les axes y et x respectivement (figure 2.9).

Les deux antennes quasiment identiques sont constituées de 10 tours de fil de cuivre de diamètre 71 μ m. Elles ont une forme carrée de côté 16 mm pour que l'antenne H2 puisse entourer la cellule et s'approcher des atomes. Leur distance approximative aux atomes ainsi que leur inductance et capacité mesurées sont présentées dans le tableau 2.1. Comme les dimensions des antennes sont entre 2 et 3 ordres de grandeur supérieures à la taille typique du nuage atomique, on peut supposer que le champ produit par les antennes soit homogène au niveau des atomes, et on écrira \mathbf{B}_{rf1} (\mathbf{B}_{rf2}) le champ produit par l'antenne H1 (H2) :

$$\mathbf{B}_{rf1}(t) = B_1 \cos(\omega_{rf}t + \phi_1) \mathbf{e}_y, \quad (2.4a)$$

$$\mathbf{B}_{rf2}(t) = B_2 \cos(\omega_{rf}t + \phi_2) \mathbf{e}_x. \quad (2.4b)$$

Avec un contrôle de l'amplitude et de la phase indépendant pour chaque antenne, cette configuration permet un habillage en polarisation elliptique arbitraire. En particulier, il

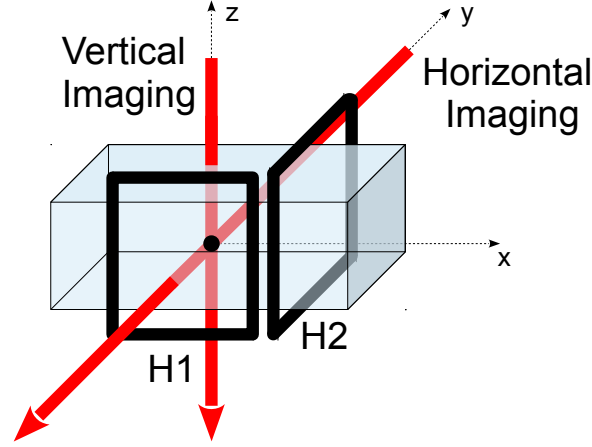


Figure 2.9 — La figure montre les antennes d’habillage H1 et H2 présentes autour de la cellule. On y voit aussi les axes d’imagerie : y pour l’imagerie horizontale et z pour l’imagerie verticale.

Image of the two dressing antennas H1 and H2 placed around the science cell. One also sees the imaging axis : y for the horizontal imaging and z for the vertical imaging.

Antenne	Distance aux atomes [mm]	Inductance [μH]	Capacité [pF]
H1	16,5	3,83	39,2
H2	12,0	3,22	35,0

Tableau 2.1 — Le tableau montre la distance approximative des antennes d’habillage H1 et H2 aux atomes, leur inductance et leur capacité. L’inductance a été mesurée par la résonance d’un circuit constitué de l’antenne connectée en parallèle d’une capacité test bien connue et de valeur beaucoup plus grande que l’estimation de la capacité propre de l’antenne, le tout en série avec une résistance. La capacité a été déduite de la résonance de l’antenne en série avec une résistance.

est possible d’avoir une polarisation linéaire d’axe arbitraire dans le plan horizontal, ou une polarisation circulaire. La polarisation linéaire est obtenue quand les deux champs rf sont en phase, c’est-à-dire $\phi_1 = \phi_2$. Cela produit un piège anisotrope dans le plan d’axe déterminé par les amplitudes B_1 et B_2 . La polarisation circulaire est obtenue quand $B_1 = B_2$ et $|\phi_1 - \phi_2| = \pi/2$, ce qui conduit à un piège isotrope dans le plan. Ce contrôle de la géométrie de piégeage est très souhaitable dans notre expérience et a été exploité pendant ma thèse, voir les détails sur le piège quadrupolaire habillé au chapitre 4.

2.4.1.2 Synthétiseur « maison »

L'expérience de l'équipe avec les pièges habillés nous apprend que la réussite de l'obtention d'un condensat dans ce type de piège dépend fortement de la qualité de la source radiofréquence. Une fluctuation de sa fréquence ferait déplacer la position du nuage entraînant un chauffage dipolaire. Une fluctuation de son amplitude modifierait la fréquence d'oscillation du piège, conduisant à un chauffage paramétrique. Les relations entre les taux de chauffage dipolaire et le taux de chauffage paramétrique avec la densité spectral de puissance des fluctuations relatives de la fréquence et de l'amplitude, respectivement, sont présentées dans la section 2.6 de la thèse d'Olivier Morizot [105].

Le spin des atomes habillés par la rf tourne autour du champ magnétique local. Nous allons voir dans le chapitre 4 que pour charger les atomes dans le piège habillé nous faisons une rampe de fréquence en partant d'environ 150 kHz jusqu'à quelques MHz. Un saut de phase pendant cette rampe change brusquement l'orientation du champ local. Le spin atomique, ne pouvant pas suivre le champ, se décompose en plusieurs sous-états selon le nouvel axe propre, en particulier en sous-états non piégés, ce qui entraîne une perte d'atomes. Pour empêcher cela, la phase doit être continue pendant la rampe de chargement. Pour une excursion en fréquence importante, correspondant à celle que nous devons effectuer, cette condition est difficile à respecter si on utilise un synthétiseur analogique, car pendant la commutation entre 2 circuits de synthèse un saut de phase est presque inévitable. C'est la raison qui nous a conduit à choisir un synthétiseur numérique, qui produit un signal point à point avec phase continue.

Le synthétiseur que nous avons construit est composé par un DDS (*Direct Digital Synthesis*), un micro-contrôleur, un synthétiseur commercial pour fournir la fréquence d'échantillonnage, et des amplificateurs, voir la figure 2.10.

DDS. L'élément central est le DDS AD9959 à 4 voies, utilisé comme diviseur de fréquence numérique avec contrôle numérique de l'amplitude et de la phase. Il est piloté par un micro-contrôleur décrit plus loin. Les fréquences, amplitudes et phases des quatre voies sont indépendantes entre elles. Actuellement, les voies 0 et 1 sont utilisées pour alimenter les deux antennes d'habillage, H1 et H2, respectivement. Leur amplitude et phase peuvent être reprogrammées avant chaque séquence expérimentale. La fréquence est identique pour les deux signaux et résulte de la fréquence horloge divisé par 80. Les voies 2 et 3 ne sont pas utilisées actuellement. La voie 2 est prévue pour fournir un couteau pour l'évaporation tandis que la voie 3 est prévue pour pouvoir faire de la spectroscopie.

Fréquence d'échantillonnage. La fréquence d'horloge du DDS vient d'un synthétiseur commercial qui produit les rampes de fréquence. Nous avons opté pour un Tabor WW1072, DDS avec une grande mémoire (2 Mech par voie), pouvant alors produire des rampes avec un grand nombre de points, soit avec un pas de fréquence suffisamment petit. Les sauts de fréquences pendant la rampe entraînent une perte d'atomes par un mécanisme semblable à celui pour les sauts de phase. Un saut de fréquence change brutalement l'orientation du champ magnétique directeur pour le spin atomique, mais si le saut est suffisamment petit, le changement sera faible et la majorité des atomes pourra suivre le champ. Nous utilisons la sortie SCLK du Tabor, qui fournit un signal de 1 Volt dans la gamme de fréquence utilisée entre 2 et 100 MHz. Cette fréquence est

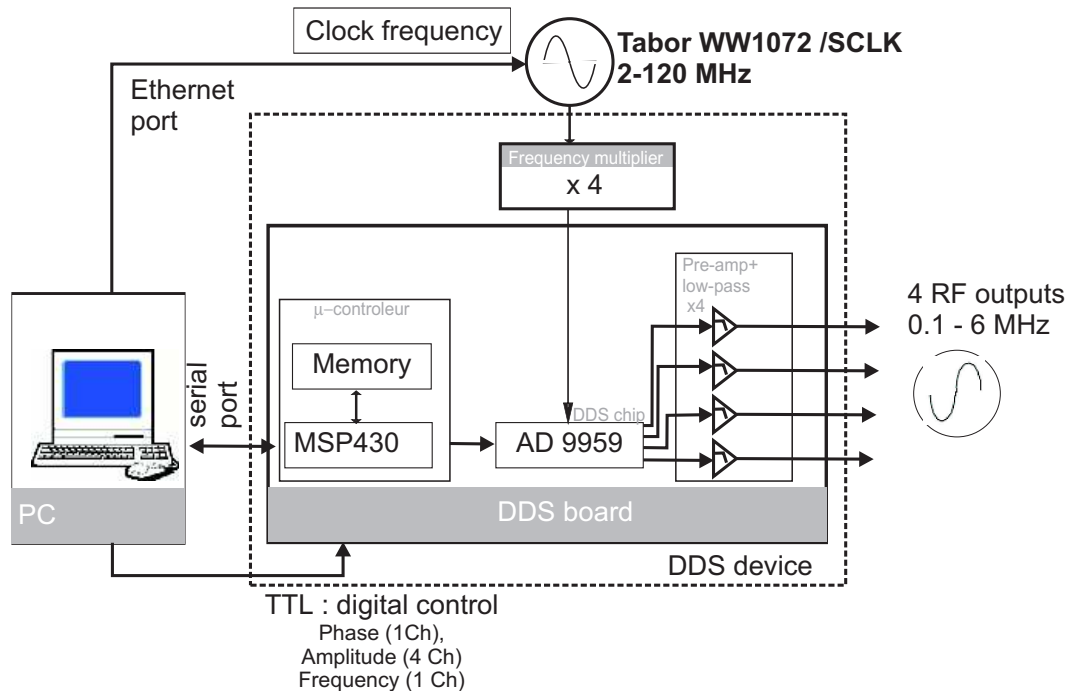


Figure 2.10 — Schéma du DDS maison. L'élément central est le DDS AD9959. Il est piloté par un micro-contrôleur MSP430F169 connecté à l'ordinateur par un port série. Le Tabor WW1072 fournit la fréquence d'échantillonnage au cœur DDS. Les quatre sorties sont amplifiées.

Sketch of the home made DDS. The central element is the DDS AD9959. It is controlled by a microcontroller MSP430F169 connected to the computer through a serial port. The Tabor WW1072 generates the frequency supplying the DDS. The four output channels are amplified.

multipliée par 4 par deux multiplicateurs de fréquences en série avant de rentrer dans le DDS central, qui reçoit entre 8 et 480 MHz comme fréquence d'horloge. La fréquence de sortie des voies 0 et 1 du DDS est comprise alors entre 100 kHz et 6 MHz.

Micro-contrôleur. Nous utilisons un micro-contrôleur MSP430F169 pour piloter le DDS. Il est connecté à l'ordinateur à travers un port série, et peut être reprogrammé avant chaque séquence expérimentale via un logiciel de programmation fourni par la société IAR. Dans le programme d'interface, nous pouvons choisir l'amplitude, la phase ainsi que programmer des rampes sur ces variables, déclenchées par une commande TTL. Tous les contrôles sont faits de façon numérique.

Amplificateurs. Avant chacune des 4 voies du DDS on a un amplificateur Gali 84+ de Minicircuits. Il permet d'obtenir un signal maximal en sortie de 24 dBm.

2.4.2 Autres sources rf

En dehors de l'habillage, nous avons de la radiofréquence pour le refroidissement par évaporation, pour la spectroscopie et pour le couteau. Une antenne est dédiée à chaque fonction. Elles sont toutes localisées selon l'axe y , voir la figure 2.9. Nous utilisons

3 modules de coupure ZASW-2-50DR pour allumer ou éteindre une radiofréquence à l'aide d'une commande TTL.

Évaporation. La phase d'évaporation est divisée en deux parties. La première est assurée par le Tabor WW1072, le même que celui utilisé pour l'habillage. La deuxième est assurée par un synthétiseur Stanford DS345.

Spectroscopie. Nous utilisons un deuxième Stanford DS345 pour faire la spectroscopie à fréquence fixe des pièges bouché et habillé.

Couteau. Un Tabor WW2571A est utilisé pour le refroidissement dans le piège habillé. Il nous permet de programmer une rampe linéaire par morceaux où le couteau s'approche de la fréquence d'habillage au cours du chargement du piège habillé.

2.5 Imagerie par absorption

Il est nécessaire de disposer d'un système de diagnostic permettant de remonter aux caractéristiques physiques de l'assemblée d'atomes comme le profil de densité atomique, la fraction d'atomes condensés, la température, la position, la forme du nuage, etc. Trois techniques sont disponibles : l'imagerie par absorption, la plus fréquente et celle que nous utilisons, l'imagerie par fluorescence et l'imagerie par contraste de phase.

L'imagerie par fluorescence consiste à envoyer de la lumière résonante sur les atomes et à collecter les photons diffusés. En général, à faible nombre d'atomes, on utilise une lentille à focale courte très proche du nuage pour maximiser la lumière collectée. Cela nécessite une très grande ouverture numérique. Nous avons aussi besoin de l'accès optique pour le faisceau bouchon et d'autres faisceaux envisagés, c'est pourquoi nous n'avons pas opté pour cette solution.

Dans l'imagerie par contraste de phase, un faisceau très désaccordé traverse le nuage atomique. L'interaction des atomes avec la lumière modifie la phase du faisceau d'une quantité proportionnelle à la densité atomique. Ce type de diagnostic est non destructif et adapté pour des nuages denses, comme l'imagerie des atomes encore piégés.

La technique que nous utilisons est l'imagerie par absorption. Elle consiste à envoyer un faisceau collimaté accordé sur la transition atomique ($2 \rightarrow 3$) et à regarder l'ombre induite sur ce faisceau après l'absorption de photons par les atomes. Le principe de ce type d'imagerie est discuté dans la partie qui suit. Dans notre expérience nous pouvons faire l'image des atomes selon deux axes : l'axe horizontal y , et l'axe vertical z (voir la figure 2.9). Notre système d'imagerie horizontale est présenté dans la partie 2.5.2, et l'imagerie verticale est traitée dans l'annexe A.

2.5.1 Principe général

On considère un faisceau de désaccord δ par rapport à la transition atomique de fréquence ω et largeur Γ se propageant selon l'axe z . Soit $I_i(x,y)$ l'intensité du faisceau incident sur un nuage atomique et $I_t(x,y)$ l'intensité transmise après le passage à travers les atomes. On définit la densité optique $D_z(x,y)$ selon la direction z par :

$$D_z(x,y) = -\ln \left[\frac{I_t(x,y)}{I_i(x,y)} \right]. \quad (2.5)$$

La loi de Beer-Lambert lie la densité optique du nuage d'atomes à la densité atomique $n(x,y,z)$ intégrée par l'expression :

$$D_z(x,y) = \sigma \int n(x,y,z) dz, \quad (2.6)$$

où la section efficace d'absorption σ , dans le régime de saturation faible, est indépendante de I_i et donnée par :

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2}}, \quad (2.7)$$

et $\sigma_0 = 3\lambda_0^2/2\pi$. La loi de Beer-Lambert suppose que l'interaction d'un atome avec la lumière est indépendante des autres atomes. Elle est valable si l'intensité du faisceau incident est beaucoup plus faible que l'intensité de saturation, $I_i \ll I_{sat} = \hbar\omega\Gamma/(2\sigma_0)$, ce qui limite la densité du nuage observé. Elle s'applique bien à des nuages dilués, par exemple après un temps de vol. Dans l'annexe A je discuterai comment on fait l'image de nuages denses.

En connaissant $I_i(x,y)$, $I_t(x,y)$ et $\sigma(\delta)$, on peut alors calculer la densité atomique intégrée selon z . Les profils d'intensité du faisceau sont enregistrés par une caméra, et le calcul de la densité intégrée se fait pixel par pixel. En réalité, une image des atomes requiert la prise de trois images différentes : une image du faisceau avec l'ombre des atomes (I_{atomes}), une image du faisceau en absence d'atomes (I_{sonde}), et une image du fond en absence du faisceau (I_{noir}) pour capturer la lumière parasite et corriger les deux images précédentes. La densité intégrée s'écrit alors comme :

$$\int n(x,y,z) dz = -\frac{1}{\sigma} \ln \left[\frac{I_{atomes}(x,y) - I_{noir}(x,y)}{I_{sonde}(x,y) - I_{noir}(x,y)} \right]. \quad (2.8)$$

2.5.2 Imagerie horizontale

L'imagerie horizontale nous a permis d'observer « par le côté » le nuage atomique dans la cellule science dès son transfert dans le piège magnétique jusqu'à l'obtention d'un gaz 2D, en passant par le condensat. Une caméra EMCCD iXon 885 D de la société Andor est utilisée pour capturer les images dans l'axe y . Elle possède 1004×1002 pixels, chaque pixel faisant $8 \times 8 \mu\text{m}$. Le faisceau sonde est collimaté en sortie de fibre et son rayon à $1/e^2$ vaut 2,7 mm. Une lame $\lambda/4$ assure la polarisation circulaire du faisceau. Un champ directeur de 1,9 G est appliqué dans l'axe d'imagerie lors de l'impulsion sonde. La durée de l'impulsion dépend de l'intensité de la sonde, par exemple pour un faisceau d'intensité pic $10,2 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$, nous utilisons une impulsion de 130 μs .

L'axe d'imagerie horizontale est aussi l'axe de propagation du faisceau bouchon. Pour ne pas saturer les pixels de la caméra avec des photons indésirables à 532 nm, ces deux faisceaux doivent être séparés après leur traversée de la cellule. Un miroir dichroïque¹⁰ placé avant la cellule mélange le faisceau d'imagerie, qui le traverse, avec le faisceau bouchon, qui est réfléchi. Après leur passage dans la cellule, le faisceau

10. Laisse passer la lumière à 780 nm et réfléchit la lumière à 532 nm.

sonde traverse un cube séparateur de polarisation à 532 nm, lequel réfléchit le faisceau bouchon sur un bloqueur optique. La sonde passe ensuite par un système optique et arrive finalement sur le capteur CCD de la caméra, voir la figure 2.11. Un filtre placé avant le capteur permet d'enlever les derniers photons à 532 nm.

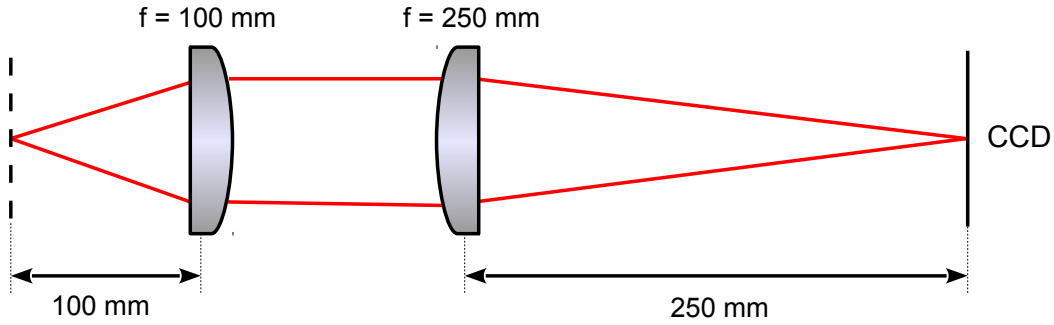


Figure 2.11 — Lentilles du système d’imagerie horizontal, permettant d’imager les atomes sur la CCD avec un grandissement de 2,17.

Lenses of the horizontal imaging system, allowing to take an image of the atoms with a magnification 2.17.

Deux configurations optiques ont été utilisées pendant ma thèse. La première utilise une lentille de focale $f = 250$ mm située à la même distance $2f$ des atomes et de la caméra. Ce montage produit sur la CCD de la caméra une image de grandissement théorique 1. En pratique, le grandissement mesuré à l’aide de la chute libre d’un nuage vaut 0,885. Il nous a servi surtout dans l’optimisation du transport magnétique jusqu’à l’obtention du condensat. La deuxième configuration, représentée à la figure 2.11, utilise un télescope formé de deux lentilles de focales 100 mm et 250 mm. Le grandissement de ce montage vaut 2,5 en théorie. Dans notre système le grandissement mesuré vaut 2,17. Ce montage a été utile dans l’observation des atomes dans le piège habillé, surtout à fort gradient quand le nuage devient très anisotrope et que le nombre d’atomes diminue.

Chapitre 3

Condensation dans un piège quadrupolaire bouché

Le but de ce chapitre est de détailler la production du condensat dans un piège quadrupolaire bouché. Je parlerai dans la section 3.2 des pertes Majorana par renversement du spin dans un piège quadrupolaire, je ferai une introduction au piège quadrupolaire bouché suivie de la description de la géométrie et des caractéristiques du potentiel de piégeage dans la section 3.3. Dans la section 3.4 je décrirai toutes les étapes de la production du condensat, en passant par la décompression du piège pendant l'évaporation et par l'optimisation du bouchon optique. Finalement, je présenterai les mesures de durée de vie, du taux de chauffage, du champ magnétique au fond du piège par spectroscopie radiofréquence et des fréquences d'oscillation du piège.

3.1 Introduction

Le refroidissement par évaporation [13, 14] mis au point dans les années 80 a connu un grand succès dans les années 90 et reste presque¹ le seul moyen pour atteindre la dégénérescence quantique. Cette technique consiste à faire sortir du piège de façon sélective les atomes les plus énergétiques, en forçant les atomes restant à thermaliser à une température plus basse. Dans un piège magnétique, l'évaporation se fait en ajoutant un champ radio fréquence qui couple les différents sous-niveaux Zeeman de l'atome, à une énergie contrôlée par la fréquence rf.

Le piège magnétique le plus simple à réaliser est le piège quadrupolaire [11], qui est produit par une paire de bobines disposées en configuration anti-Helmholtz. Malgré son grand volume de piégeage et son caractère confinant linéaire menant à une évaporation efficace, ce piège n'est pas adapté à la production d'un condensat de Bose-Einstein. Le principal empêchement à la condensation est la perte d'atomes par effet Majorana [107]. Ces pertes sont induites par un changement de sous-niveau Zeeman de l'atome dû à un

1. Récemment l'équipe de Florian Schreck [106] a obtenu un condensat de strontium par refroidissement laser.

suivi non adiabatique du moment magnétique de l'atome lors de son passage par une région de champ magnétique faible ou nul. L'atome peut alors basculer vers un état non piégeant et être perdu. Dans un piège quadrupolaire, où le minimum de potentiel correspond au zéro du champ magnétique, l'effet est autant plus important que le nuage atomique est proche de la condensation, les atomes s'accumulant dans cette région.

Pour s'affranchir de cet effet, il faut que le minimum du potentiel corresponde à un champ magnétique non nul. En gardant un piégeage purement magnétique, cela est réalisé dans les pièges TOP [15] (*time orbiting potential*), où on ajoute un champ transverse uniforme tournant de manière à ce que le potentiel vu par les atomes soit un potentiel moyen, ou dans les pièges du type Ioffe-Pritchard, où un champ transverse statique est ajouté. Une autre alternative consiste à fabriquer un piège hybride en ajoutant un potentiel lumineux soit répulsif, au centre du piège, soit attractif, à un endroit de champ magnétique non nul [108]. Le piégeage purement magnétique demande au moins une bobine supplémentaire dans l'axe perpendiculaire à celui du quadrupole. Nous avons écarté cette solution pour conserver un très bon accès optique, et opté pour l'addition d'un potentiel lumineux répulsif au centre du piège, créant un piège quadrupolaire bouché.

Le piège quadrupolaire bouché a déjà été réalisé précédemment pour l'obtention de condensats de sodium [18, 109, 110]. Comme la transition atomique du sodium à 589 nm est proche de lasers doublés à 532 nm ou de lasers à Ar^+ à 514 nm, une puissance de quelques watts est suffisante pour le bouchon. Dans le cas du ^{87}Rb , la transition atomique est plus loin à 780 nm, ce qui demande une puissance laser plus importante : notre laser Millennia sort 10 W. Nous avons montré que ce piège permet aussi la production efficace d'un condensat de rubidium.

3.2 Les transitions Majorana

Les transitions Majorana ont comme origine un suivi non adiabatique du moment magnétique de l'atome lors de son passage par une région de champ magnétique faible ou nul. Les atomes changent de sous-niveau Zeeman et sont perdus du piège. L'effet est autant plus important que le nuage atomique est proche de la condensation, parce que les atomes s'accumulent davantage autour du minimum de champ. À ce stade, les pertes Majorana fonctionnent comme une anti-évaporation en provoquant du chauffage. Pour comprendre les enjeux de l'évaporation dans le piège magnétique et optimiser le rôle du bouchon, nous avons d'abord étudié l'évaporation dans le piège quadrupolaire et caractérisé les pertes Majorana.

3.2.1 Modèle dans un piège quadrupolaire

On considère une assemblée de N atomes sans interactions confinés dans un piège quadrupolaire. Soit μ_m le moment magnétique de l'atome, et $U_B(\mathbf{r})$ le potentiel de piégeage :

$$U_B(\mathbf{r}) = \mu_m b' \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}. \quad (3.1)$$

Le gaz classique est en équilibre thermodynamique à une température T . En faisant l'hypothèse d'*ergodicité suffisante*², ce système est décrit par une densité dans l'espace de phases $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ donnée par :

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = n_0 \Lambda^3 \exp \left[-\frac{1}{k_B T} \left(\frac{\mathbf{p}^2}{2M} + U_B(\mathbf{r}) \right) \right], \quad (3.2)$$

où n_0 est la densité pic au centre du nuage, $\Lambda = h/\sqrt{2\pi M k_B T}$ est la longueur d'onde de de Broglie, et M est la masse atomique. L'intégrale de $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ dans l'espace de phases donne le nombre d'atomes :

$$N = \frac{1}{h^3} \iint f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) d^3\mathbf{r} d^3\mathbf{p} = \int n(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}. \quad (3.3)$$

Dans cette relation, on a introduit la densité spatiale atomique :

$$n(\mathbf{r}) = n_0 \exp \left[-\frac{U_B(\mathbf{r})}{k_B T} \right]. \quad (3.4)$$

On définit la distribution en impulsion $\mathcal{P}(\mathbf{p})$ normalisée à l'unité :

$$\mathcal{P}(\mathbf{p}) = \frac{\Lambda^3}{h^3} \exp \left[-\frac{\mathbf{p}^2}{2M k_B T} \right]. \quad (3.5)$$

L'énergie totale du système est la somme dans l'espace de phases de l'énergie $\mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{\mathbf{p}^2}{2M} + U_B(\mathbf{r})$, et s'écrit simplement à l'aide de (3.2) :

$$E = \frac{1}{h^3} \iint f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) d^3\mathbf{r} d^3\mathbf{p} = \frac{9}{2} N k_B T. \quad (3.6)$$

On suppose que le gaz ne subit que les pertes dues aux collisions avec le gaz résiduel ou dues aux transitions Majorana. De plus, on suppose que la description de quasi-équilibre thermodynamique s'applique à chaque instant, ce qui est vrai si le taux de collision élastique, Γ_c , est grand devant les autres temps caractéristiques du système. Pour déterminer l'évolution temporelle du nombre d'atomes et de la température, on suit l'approche décrite en [111]. Les collisions avec le gaz résiduel provoquent des pertes à un corps, avec un taux Γ_b qui dépend uniquement de la pression dans l'enceinte :

$$\left. \frac{dN}{dt} \right|_b = \frac{1}{h^3} \iint [-\Gamma_b f(\mathbf{r}, \mathbf{p})] d^3\mathbf{r} d^3\mathbf{p} = -\Gamma_b N. \quad (3.7)$$

Le taux de variation d'énergie associé est :

$$\left. \frac{dE}{dt} \right|_b = \frac{1}{h^3} \iint [-\Gamma_b f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{p})] d^3\mathbf{r} d^3\mathbf{p} = -\Gamma_b E. \quad (3.8)$$

2. C'est-à-dire que la distribution des atomes dans l'espace de phase ne dépend que de leur énergie $\mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{\mathbf{p}^2}{2M} + U_B(\mathbf{r})$.

Les variations de la température sont liées aux variations de N et E par l'expression (3.6) :

$$\frac{\dot{T}}{T} = \frac{\dot{E}}{E} - \frac{\dot{N}}{N}. \quad (3.9)$$

En tenant compte des taux calculés en (3.7) et (3.8), on note que les collisions avec le gaz résiduel ne modifient pas la température du système. Seul le nombre d'atomes diminue :

$$\left. \frac{\dot{N}}{N} \right|_b = -\Gamma_b, \quad (3.10a)$$

$$\left. \frac{\dot{T}}{T} \right|_b = 0. \quad (3.10b)$$

En ce qui concerne les pertes Majorana, de taux Γ_m qui sera explicité dans la suite, on doit spécifier d'abord dans quelles conditions un atome est perdu. On rappelle la condition de suivi adiabatique du moment magnétique pour un atome de vitesse \mathbf{v} :

$$\left\| \frac{d\mathbf{B}}{dt} \right\| = \left\| \sum_{i=x,y,z} (\mathbf{v} \cdot \nabla B_i) \mathbf{e}_i \right\| < \frac{\mu_m}{\hbar} B^2. \quad (3.11)$$

Dans un piège quadrupolaire, cela se traduit par :

$$\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + 4v_z^2} < \frac{\mu_m b'}{\hbar} (x^2 + y^2 + 4z^2). \quad (3.12)$$

Pour modéliser les pertes Majorana, nous ferons l'hypothèse que tout atome ne satisfaisant pas le critère d'adiabaticité (3.12) est perdu. En définissant un rayon effectif $R_M(\mathbf{p})$, fonction de l'impulsion, on écrit la condition de perte d'atomes :

$$\sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2} < R_M(\mathbf{p}) = \left(\frac{\sqrt{p_x^2 + p_y^2 + 4p_z^2}}{M\mu_m b'/\hbar} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.13)$$

Cela définit un volume effectif dans l'espace de phases, tout atome rentrant dans ce volume subi une transition Majorana. Le calcul exact de la variation du nombre d'atomes avec le temps fait intervenir des intégrales angulaires qui tiennent compte de la direction relative de l'impulsion \mathbf{p} et du champ magnétique local $\mathbf{B}(\mathbf{r})$. Le résultat est le suivant :

$$\left. \frac{dN}{dt} \right|_m = -\frac{2}{3}\chi \int 4\pi R_M(\mathbf{p})^2 \frac{p}{M} n(R_M(\mathbf{p})) \mathcal{P}(\mathbf{p}) d\mathbf{p} = -\Gamma_m N, \quad (3.14)$$

où χ est un facteur géométrique adimensionné. Le calcul du taux de pertes Majorana Γ_m donne :

$$\Gamma_m = \chi \frac{\hbar}{M} \left(\frac{2\mu_m b'}{k_B T} \right)^2, \quad (3.15)$$

qui est sous la même forme que dans [110]. La variation d'énergie $\left.\frac{dE}{dt}\right|_m$ due aux pertes Majorana est alors donnée par :

$$\left.\frac{dE}{dt}\right|_m = -\frac{5}{9}\Gamma_m E. \quad (3.16)$$

On en déduit la variation de la température, et le système d'équations ci-dessous pour N et T :

$$\left.\frac{\dot{N}}{N}\right|_m = -\Gamma_m, \quad (3.17a)$$

$$\left.\frac{\dot{T}}{T}\right|_m = \frac{4}{9}\Gamma_m. \quad (3.17b)$$

En tenant compte des collisions avec le gaz résiduel et des pertes Majorana, on aboutit au système d'équations final régissant le nombre d'atomes et la température du gaz :

$$\frac{\dot{N}}{N} = -\Gamma_b - \Gamma_m, \quad (3.18a)$$

$$\frac{\dot{T}}{T} = \frac{4}{9}\Gamma_m. \quad (3.18b)$$

La solution de ces équations donne l'évolution temporelle de la température et du nombre d'atomes :

$$N(t) = N_0 \frac{e^{-\Gamma_b t}}{\left(1 + \frac{\gamma t}{T_0^2}\right)^{\frac{9}{8}}}, \quad (3.19a)$$

$$T(t) = \sqrt{T_0^2 + \gamma t}, \quad (3.19b)$$

où T_0 et N_0 sont respectivement la température et le nombre d'atomes initial dans le gaz, et γ est le taux de chauffage Majorana donné par :

$$\gamma = \frac{8}{9}\chi \frac{\hbar}{M} \left(\frac{2\mu_m b'}{k_B}\right)^2. \quad (3.20)$$

Comme l'équation (3.19b) est nettement plus simple et fait intervenir moins de paramètres libres que l'équation (3.19a), nous l'avons utilisée pour vérifier la validité de ce modèle et déterminer la valeur de χ dans notre système. La procédure utilisée consiste à faire du refroidissement par évaporation des atomes, confinés dans un piège quadrupolaire à gradient maximal $b' = 218 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$, jusqu'à qu'ils atteignent la température de $20 \text{ }\mu\text{K}$. Ensuite on ouvre le piège à un certain gradient final b'_f en 50 ms. Les atomes sont retenus dans ce piège pendant une durée variable, et sont ensuite libérés pour effectuer un temps de vol de 12 ms. La température du nuage est extraite du profil de

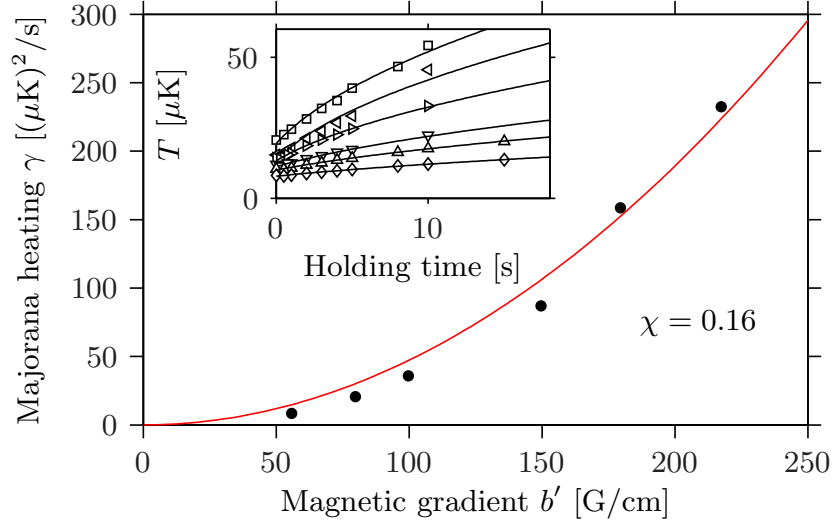


Figure 3.1 — Mesure du taux de chauffage Majorana. Le paramètre γ [équation (3.20)] est tracé en fonction du gradient magnétique. La courbe est un ajustement quadratique des points expérimentaux, d'où on déduit le facteur géométrique $\chi = 0.16$, d'après l'équation (3.20). Encart : Température du nuage en fonction du temps pour différentes valeurs de gradient magnétique. L'ajustement des données (traits pleins) suit la formule (3.19b).

Measurement of the Majorana heating rate. Parameter γ [see Eq. (3.20)] as a function of the trap magnetic field gradient. The solid line is a quadratic fit allowing the extraction of the geometrical factor $\chi = 0.16$, according to equation (3.20). Inset : Cloud temperature as a function of time, for different magnetic field gradients, fitted by formula (3.19b) (solid lines).

densité de l'image par absorption. La procédure est répétée pour plusieurs valeurs de b'_f .

Les résultats sont présentés dans la figure 3.1. Dans l'insert, le chauffage Majorana dans le gaz, mesuré à différentes valeurs du gradient final, est bien ajusté par l'équation (3.19b). Chaque courbe donne une valeur de γ qui est tracée en fonction de b'_f . Le comportement quadratique du chauffage Majorana avec le gradient, prédit par l'équation (3.20), est bien retrouvé et permet la détermination de $\chi = 0.16$. Cette valeur est en bon accord avec celle mesurée dans [110] pour un gaz de sodium. Cela suggère que le modèle présenté ici décrit bien les pertes Majorana dans un piège quadrupolaire, indépendamment de l'espèce atomique.

3.2.2 Pertes Majorana pendant le refroidissement par évaporation

Dans un piège quadrupolaire, les transitions Majorana entraînent un chauffage et une perte d'atomes importante dans le gaz, empêchant l'obtention du condensat. Néanmoins, l'effet n'est pas détectable au début du refroidissement par évaporation, quand le gaz est encore très chaud. Dans la figure 3.2, l'évolution de la température,

Grandeur physique	δ quelconque	$\delta = 3$	$\eta + \kappa = 8,55$
Température	α'	$\frac{2}{9}(\eta + \kappa) - 1$	0,9
Volume spatial	$\alpha'\delta$	$\frac{2}{3}(\eta + \kappa) - 3$	2,7
Densité spatiale	$1 - \alpha'\delta$	$4 - \frac{2}{3}(\eta + \kappa)$	-1,7
Densité dans l'espace des phases	$1 - (\delta + \frac{3}{2})\alpha'$	$\frac{11}{2} - (\eta + \kappa)$	-3,05
Vitesse moyenne	$\frac{\alpha'}{2}$	$\frac{\eta + \kappa}{9} - \frac{1}{2}$	0,45
Taux de collisions élastiques	$1 - (\delta - \frac{1}{2})\alpha'$	$\frac{7}{2} - \frac{5}{9}(\eta + \kappa)$	-1,25

Tableau 3.1 — Lois d'échelle pour quelques grandeurs physiques au cours de l'évaporation. Les colonnes donnent l'exposant de N pour la grandeur physique en question, par exemple $T \propto N^{\alpha'}$.

Scaling laws during evaporative cooling. Each quantity is proportional to N with a different exponent, for example, $T \propto N^{\alpha'}$.

de la densité dans l'espace de phases et de la variation relative du taux de collision élastique à deux corps, $\dot{\Gamma}_c/\Gamma_c$, sont présentés au cours d'une évaporation dans le piège quadrupolaire. Les données sont en fonction du nombre d'atomes, qui décroît pendant l'évaporation. La rampe utilisée pour le refroidissement par évaporation est détaillée dans la partie 3.4.1.

Pendant l'évaporation, le potentiel est coupé à une valeur seuil $\epsilon_t = \eta k_B T$. Les atomes acquérant par des collisions élastiques une énergie supérieure, qu'on pose égale à $(\eta + \kappa)k_B T$ avec $\kappa \ll \eta$, s'échappent du piège. On considère le potentiel décrit par une loi de puissance :

$$U_\delta(r) = Cr^{\frac{3}{\delta}}. \quad (3.21)$$

On prend $\delta = 3$ pour un piège linéaire et $\delta = 3/2$ pour un piège harmonique. On définit le paramètre α' qui dicte l'évolution de la température avec le nombre d'atomes au cours de l'évaporation [112, 113, 114], $T \propto N^{\alpha'}$, sans tenir compte des pertes Majorana :

$$\alpha' = \frac{\eta + \kappa}{3/2 + \delta} - 1. \quad (3.22)$$

L'évolution d'autres grandeurs physiques avec N au cours de l'évaporation est présentée dans la Table 3.1, en particulier pour un piège linéaire ($\delta = 3$) et dans les conditions expérimentales des courbes de la figure 3.2, d'où la valeur de $\eta + \kappa = 8,55$ a été déduite à partir de l'exposant mesuré de la température $\alpha' = 0,9$. Les colonnes du tableau donnent l'exposant de N pour la grandeur physique en question. On remarque que la prédiction de ce modèle pour la densité dans l'espace de phases pendant l'évaporation, $PSD \propto N^{-3,05}$, est en bon accord avec la dépendance en $N^{-3,1}$ trouvée expérimentalement.

Les valeurs de $\dot{\Gamma}_c/\Gamma_c$ de la courbe ont été calculées pour un gaz en évaporation qui subit des pertes Majorana et des pertes par collision avec le gaz résiduel. Pour une section efficace de collision $\sigma = 8\pi a^2$ indépendante³ de la vitesse relative \mathbf{v} , le taux de

3. Ceci est valable pour le ^{87}Rb polarisé $|F = 1, m_F = -1\rangle$.

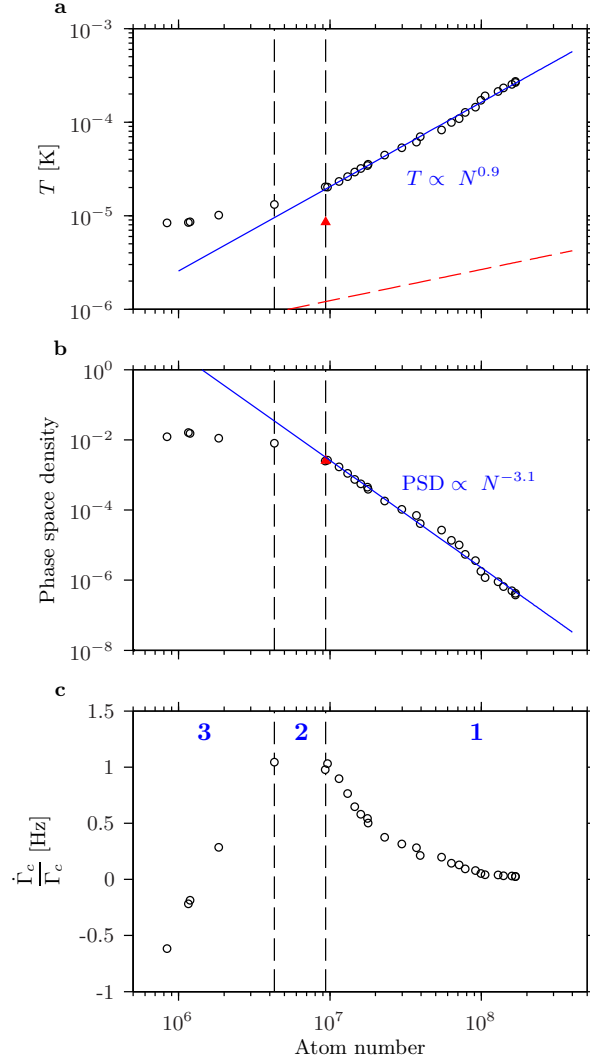


Figure 3.2 — Dynamique de l'évaporation dans le piège quadrupolaire (voir texte).

Evaporation in the bare quadrupole trap. Black points : experimental data for different trap depths (final frequency) at the maximal radial gradient of $216 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$. Red triangle : data taken immediately after the trap opening (see text) for a gradient of $55.4 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$. (a) Temperature versus atom number in log-log scale. The blue solid line is a linear fit to the data, giving the scaling $T \sim N^{0.9}$. The dashed red line is the critical temperature expected for a harmonic trap with the oscillation frequencies given in Table 3.2. (b) Phase-space density versus atom number in log-log scale, computed from the measured temperature and the exact knowledge of the potential shape. (c) Expected $\dot{\Gamma}_c/\Gamma_c$ ratio versus the atom number in linear-log scale, as computed from the right-hand side of Eq. (3.26). On the three graphs, the dashed vertical lines delimit three regions labeled 1, 2, and 3.

collision élastique s'écrit comme :

$$\Gamma_c = \sigma \langle |\mathbf{v}| n(\mathbf{r}) \rangle = \frac{n_0}{8} \sigma \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}} \quad (3.23)$$

où la dernière égalité est valable dans un piège linéaire.

Les taux de variation de N et T dus à l'évaporation seule reposent sur un modèle simple présenté dans les références [113, 114], qui suppose que tout atome d'énergie supérieure à $\eta k_B T$ sort du piège avant d'entrer en collision avec un autre atome. Les résultats sont obtenus par application de la théorie cinétique dans un gaz classique en dehors de l'équilibre thermique, en faisant l'hypothèse d'ergodicité suffisante. Pour $\eta \gtrsim 8$, on peut écrire⁴ :

$$\left. \frac{\dot{N}}{N} \right|_{ev} = -8\Gamma_c e^{-\eta} \left(\eta - \frac{11}{2} \right), \quad (3.24a)$$

$$\left. \frac{\dot{T}}{T} \right|_{ev} = -\frac{16}{9}\Gamma_c e^{-\eta} \left[\left(\eta - \frac{11}{2} \right) \left(\eta - \frac{7}{2} \right) - 1 \right]. \quad (3.24b)$$

Dans un piège linéaire, $\Gamma_c \propto NT^{-5/2}$, ce qui conduit à :

$$\frac{\dot{\Gamma}_c}{\Gamma_c} = \frac{\dot{N}}{N} - \frac{5}{2} \frac{\dot{T}}{T}. \quad (3.25)$$

En prenant en compte les collisions avec le gaz résiduel (3.10), des pertes Majorana (3.17) et de l'évaporation (3.24), on obtient :

$$\frac{\dot{\Gamma}_c}{\Gamma_c} = -\Gamma_b - \frac{19}{9}\Gamma_m + f(\eta)\Gamma_c, \quad (3.26)$$

avec

$$f(\eta) = \frac{2}{9} [563 + 4\eta(5\eta - 54)] e^{-\eta}. \quad (3.27)$$

Dans la région 1 de la troisième courbe de la figure 3.2, on voit que $\dot{\Gamma}_c/\Gamma_c$ croît au cours de l'évaporation, par conséquent le taux de collision élastique croît de plus en plus vite, ce qui signifie que l'évaporation est dans le régime d'emballement et a une bonne efficacité. La température varie comme $N^{0,9}$, tandis que la densité dans l'espace de phase varie comme $N^{-3,1}$. Pour des températures en dessous de 20 μK , ce qui correspond aux régions 2 et 3, il y a une saturation de la température et de la densité dans l'espace de phase à 10^{-2} . La dérivée du taux de collision chute drastiquement et atteint des valeurs négatives. L'évaporation n'est plus efficace à cause des transitions Majorana, qui empêchent la condensation.

3.3 Piège quadrupolaire bouché

3.3.1 Potentiel de piégeage

Le piège quadrupolaire bouché résulte de la combinaison d'un piège quadrupolaire et d'un potentiel lumineux répulsif proche du centre du piège. Il est réalisé dans la cellule

4. Pour $\eta \gtrsim 10$, on peut faire l'approximation suivante dans les calculs : $\int_0^\eta u^{a-1} e^{-u} du \approx \int_0^\infty u^{a-1} e^{-u} du$, qui est une bonne approximation pour les valeurs de a qui interviennent dans le cas d'un piège linéaire ($a \leq 6,5$).

science et nous permet d'obtenir un condensat de Bose-Einstein de rubidium. Le champ magnétique quadrupolaire est produit par les bobines décrites dans la partie 2.1.3, et le potentiel lumineux est créé par le laser bouchon à 532 nm décrit dans la partie 2.3.2.

Le laser bouchon peut être appliqué dans l'axe du quadrupole. Pour briser la symétrie azimutale et créer un ou deux minima de potentiel au lieu d'un anneau, on peut utiliser un laser soit elliptique [109] soit légèrement désaligné de l'axe du champ magnétique [110]. Dans notre configuration, l'axe de propagation du laser y est perpendiculaire à l'axe du quadrupole z , comme pour le premier condensat de sodium produit en 1995 [18]. La figure 3.3 schématise la configuration de notre piège quadrupolaire bouché. Les surfaces isomagnétiques ellipsoïdales sont aussi représentées dans le plan xz .

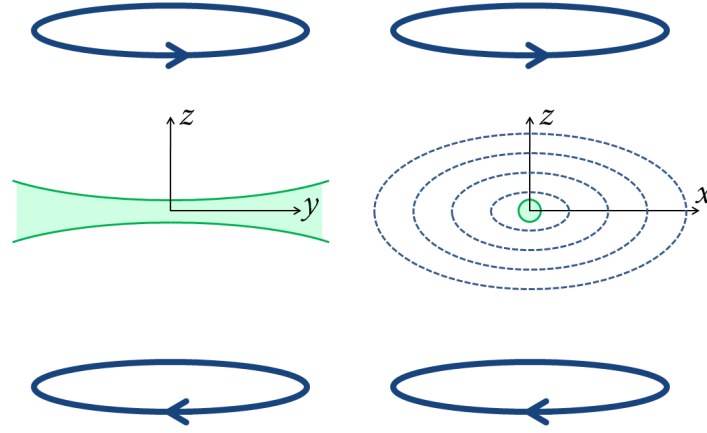


Figure 3.3 — *Gauche* : Le piège quadrupolaire bouché. Une paire de bobines dans l'axe z crée un champ quadrupolaire qui s'annule au centre du piège. Pour éviter les pertes Majorana à cet endroit, un faisceau bouchon se propageant selon l'axe y est focalisé très près du centre. Il est désaccordé vers le bleu de la transition et crée un potentiel répulsif. *Droite* : Les ellipses représentent les contours des isomagnétiques du champ quadrupolaire dans le plan xz , et le cercle au centre représente une région d'intensité constante du faisceau bouchon.

Left : The optically plugged quadrupole trap. In the z axis, a pair of coils produces the quadrupole magnetic field, that vanishes in the center of the trap. A blue-detuned plug beam propagating along the y axis is focused near the center. It creates a potential barrier preventing Majorana losses. *Right* : The isomagnetic lines are represented by dashed lines in the xz plane, together with a line of constant intensity of the plug beam, orthogonal to the plane.

Le potentiel dans le piège bouché combine une partie magnétique $U_B(\mathbf{r})$ et une partie optique $U_D(\mathbf{r})$. En présence du champ gravitationnel, il est donné par :

$$U(\mathbf{r}) = U_B(\mathbf{r}) + U_D(\mathbf{r}) + Mgz, \quad (3.28)$$

où g est l'accélération de la gravité. Les composantes magnétique et optique du potentiel

sont respectivement :

$$U_B(\mathbf{r}) = \mu_m b' \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}, \quad (3.29a)$$

$$U_D(\mathbf{r}) = U_0 \exp \left[-2 \frac{(x - x_c)^2 + (z - z_c)^2}{w_0^2} \right], \quad (3.29b)$$

où $\mu_m = m_F g_F \mu_B$ est la projection du moment magnétique atomique dans l'axe de quantification, m_F étant le sous niveau Zeeman du niveau F dans lequel se trouve l'atome, g_F étant le facteur de Landé, μ_B étant le magnéton de Bohr⁵ et b' est le gradient magnétique horizontal. En ce qui concerne le potentiel optique, (x_c, z_c) est la position de focalisation du faisceau bouchon, w_0 est son waist, et U_0 est le déplacement lumineux maximum, proportionnel à la puissance P du faisceau et à l'inverse du carré du waist⁶, $U_0 \propto P/w_0^2$.

La figure 3.4 illustre le potentiel de piégeage dans le plan xz dans les conditions données à la Table 3.2. Les lignes équipotentielles sont séparées de 20 kHz. On voit la présence de deux minima asymétriques par rapport à l'axe x et un maximum en (x_c, z_c) correspondant à la barrière répulsive très proche du centre du piège. Le minimum à droite est repéré par la position (x_0, z_0) . Les axes propres du piège sont (x', z') , tournés d'un angle θ par rapport aux axes de référence. L'asymétrie des minima vient du fait que le faisceau bouchon n'est pas focalisé exactement au centre du quadrupole mais légèrement décalé.

3.3.2 Caractérisation du piège

On considère d'abord le cas d'un faisceau bouchon centré, soit $(x_c, z_c) = (0, 0)$. Le potentiel de piégeage s'écrit alors :

$$U(\mathbf{r}) = \mu_m b' \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2} + U_0 \exp \left[-2 \frac{x^2 + z^2}{w_0^2} \right] + Mgz. \quad (3.30)$$

3.3.2.1 Position des minima

La dépendance du potentiel en y est restreinte au premier terme, entraînant que les points critiques du potentiel se situent dans le plan $y = 0$. Comme le potentiel est pair en x , les deux minima sont symétriques par rapport au plan $x = 0$, et les deux points col appartiennent au plan $x = 0$. On s'intéresse au minimum à droite (figure 3.4) localisé en $(x_0, 0, z_0)$ avec $x_0 > 0$. En minimisant le potentiel, on peut exprimer les coordonnées du minimum sous la forme :

$$x_0 = r_0 \sqrt{1 - 4\varepsilon}, \quad (3.31a)$$

$$z_0 = -r_0 \sqrt{\varepsilon}. \quad (3.31b)$$

Dans ces expressions, $r_0 = \sqrt{x_0^2 + 4z_0^2}$ est le rayon effectif, et $\varepsilon = [Mg/(3\mu_m b')]^2$ est un paramètre adimensionné donnant une mesure du rapport entre la gravité et le gradient magnétique. En introduisant un deuxième paramètre adimensionné ξ , solution

5. $\mu_B = e\hbar/(2m_e) = 9,27 \times 10^{-24} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}$.

6. Pour le ^{87}Rb en présence de lumière à 532 nm, $U_0 = \hbar q P / w_0^2$, avec $q = 767,5 \text{ MHz} \cdot \text{W}^{-1} \cdot \mu\text{m}^2$. Les deux raies D_1 et D_2 sont prises en compte, ainsi que les termes résonnant et anti-résonnant [115].

 m_F g_F μ_B w_0 U_0 r_0 ε ξ

Paramètre	b'	P	w_0	x_c	z_c	U_0/k_B	Profondeur
Unité	$\text{G}\cdot\text{cm}^{-1}$	W	μm	μm	μm	μK	μK
Valeur	55.4	5.8	46	5.5	-0.5	125	5.3
Incertitude	± 0.6	± 0.1	± 3	± 3	± 3	± 15	

Paramètre	ε	ξ	ζ	r_0	$\nu_{x'}$	ν_y	$\nu_{z'}$
Unité				μm	Hz	Hz	Hz
Valeur	0.0337	1.47	0.131	77	220	76.6	121.1
Incertitude	± 0.0007	± 0.04	± 0.007	± 1	± 10	± 0.4	± 0.5

Tableau 3.2 — Paramètres expérimentaux utilisés dans l’expérience, et caractérisés à la section 3.5, conduisant aux lignes équipotentielles montrées à la figure 3.4. Les atomes sont préparés dans l’état fondamental $F = 1, m_F = -1$. b' , P et les fréquences d’oscillation ν_i sont mesurés (voir la section 3.5.2) ; les autres paramètres et leurs incertitudes sont déduits de ces mesures. Ici $\nu_i = \omega_i/(2\pi)$, où $i = x', y, z'$.

Set of parameters used in the experiment, and characterized in Sec. 3.5, leading to the isopotential lines plotted in Fig. 3.4. Atoms are prepared in the $F = 1, m_F = -1$ ground state. b' , P , and the oscillation frequencies ν_i are measured (see Sec. 3.5.2) ; the other parameters and the related uncertainty are deduced from these measurements. Here, ν_i stands for $\omega_i/(2\pi)$, where $i = x', y, z'$.

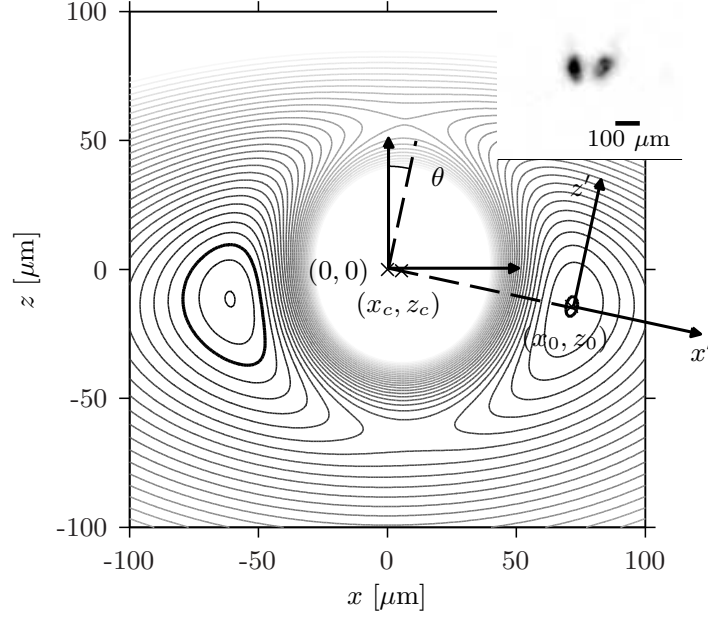


Figure 3.4 — Potentiel de piégeage calculé dans le plan xz , et résultant de la combinaison du champ quadrupolaire, du faisceau bouchon centré à la position (x_c, z_c) et de la gravité, voir équation (3.28). Les paramètres sont donnés à la Table 3.2. Les lignes sont des équipotentielles séparées de 20 kHz. Les lignes épaisses se réfèrent à l'équipotentielle 1 kHz au-dessus du minimum localisé à (x_0, z_0) . Les axes principaux du piège (x', z') , faisant un angle θ avec les axes de référence, sont aussi montrés. Encart : image par absorption *in situ* des atomes confinés dans les deux minima du piège quadrupolaire bouché.

Calculated trapping potential in the xz plane in the $F = 1, m_F = -1$ ground state resulting from the combination of the quadrupole field, the optical plug centered at position (x_c, z_c) and gravity, see Eq.(3.28). The parameters are given in Table 3.2. The lines are isopotentials separated by 20 kHz. The bold lines refer to the isopotential 1 kHz above the right minimum at (x_0, z_0) . The eigenaxes of the trap (x', z') , making an angle θ with the reference axes, are also shown. Inset : In situ absorption image of ultracold atoms confined in the two minima of the optically plugged trap.

de l'équation

$$\xi \exp[-2\xi^2] = \frac{\mu_m b' w_0}{4U_0} \sqrt{1 - 3\varepsilon}, \quad (3.32)$$

on peut réécrire le rayon effectif sous la forme :

$$r_0 = \frac{\xi}{\sqrt{1 - 3\varepsilon}} w_0. \quad (3.33)$$

On remarque que le paramètre ξ peut être explicité par la branche -1 de la fonction W de Lambert :

$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{-W_{-1} \left[- \left(\frac{\mu_m b' w_0}{2U_0} \right)^2 (1 - 3\varepsilon) \right]}. \quad (3.34)$$

La fonction $W_{-1}(u)$ est définie dans la région $-1/e < u < 0$, et satisfait $W_{-1}(u) < -1$. Cela se traduit par les conditions suivantes :

$$\xi > \frac{1}{2}, \quad (3.35a)$$

$$\frac{U_0}{\mu_m b' w_0} > \frac{\sqrt{e(1-3\varepsilon)}}{2}. \quad (3.35b)$$

La relation (3.35b) suggère que le déplacement lumineux doit être plus important pour de plus forts gradients magnétiques. En plus, de l'équation (3.31a), une condition supplémentaire s'impose pour assurer l'existence du minimum : $\varepsilon < 1/4$. Cette relation est vérifiée dans les conditions expérimentales usuelles, la gravité étant petite comparée au gradient magnétique même quand on décomprime le piège pour produire le condensat (voir section 3.4.1).

J'explique la surface isomagnétique dans laquelle le minimum de potentiel est localisé, correspondant à un ellipsoïde :

$$x^2 + y^2 + 4z^2 = r_0^2. \quad (3.36)$$

B_0

Le champ B_0 sur cette surface est directement lié à r_0 par :

$$B_0 = b' r_0. \quad (3.37)$$

3.3.2.2 Fréquences d'oscillation

Pour calculer les fréquences d'oscillations dans le piège bouché, on fait une approximation harmonique (à l'ordre 2) du potentiel au voisinage de (x_0, z_0) . On détermine les axes propres : x' , y et z' par diagonalisation. Les axes x' et z' , représentés dans la figure 3.4, sont tournés par rapport aux axes x et z d'un angle θ , normalement petit, définit par $\tan \theta = z_0/x_0 = -\sqrt{\varepsilon/(1-4\varepsilon)}$. Le nouvel axe x' coïncide avec la ligne qui relie le zéro magnétique $(0,0)$ au centre du piège (x_0, z_0) . Dans cette nouvelle base, le centre du piège est repéré par les coordonnées $x'_0 = \sqrt{x_0^2 + z_0^2} = \sqrt{1-3\varepsilon} r_0$ et $z'_0 = 0$. On trouve les fréquences d'oscillation suivantes :

θ

$$\omega_y = \sqrt{\frac{\mu_m b'}{M r_0}}, \quad (3.38a)$$

$$\omega_{x'} = \sqrt{4\xi^2 - 1} \omega_y, \quad (3.38b)$$

$$\omega_{z'} = \sqrt{3(1-4\varepsilon)} \omega_y. \quad (3.38c)$$

La fréquence ω_y apparaît comme une échelle naturelle de fréquence, et est généralement la plus petite d'entre elles. Elle ne dépend que du gradient magnétique et du champ magnétique au centre du piège par la relation : $\omega_y = \sqrt{\mu_m b'^2 / M B_0}$.

À cause de la gravité, la profondeur du piège est limitée par le point col du bas situé à $(0,0,z_s)$, avec $z_s < 0$. L'expression exacte de z_s est compliquée, néanmoins on note que la distance au centre du point col est du même ordre que celle du piège, $|z_s| \sim r_0$. La contribution U_D du potentiel dipolaire est à peu près la même pour le point col et le piège, mais comme le gradient est deux fois plus fort selon z , la contribution de U_B est deux fois plus grande pour le point col. L'estimation de la profondeur du piège conduit à $\mu_m b' r_0 - M g r_0 = \mu_m b' r_0 (1 - 3\varepsilon)$.

3.3.2.3 Sensibilité aux paramètres expérimentaux

Pour estimer la stabilité et le chauffage éventuel dans le piège, il est important d'étudier la sensibilité des paramètres caractérisant le piège aux paramètres expérimentaux. On analyse la sensibilité du rayon effectif, de l'angle θ et des trois fréquences d'oscillations du piège avec des fluctuations du gradient magnétique, de la puissance et du waist du bouchon.

Des équations (3.32) et (3.33), la dépendance de r_0 avec ces paramètres peut être exprimée par :

$$r_0 \propto b'^{-\frac{\zeta+3\varepsilon}{1-3\varepsilon}}, \quad r_0 \propto P^\zeta, \quad r_0 \propto w_0^{1-3\zeta}. \quad (3.39)$$

On a défini le paramètre $\zeta = 1/(4\xi^2 - 1) = (\omega_y/\omega_{x'})^2$. Avec les paramètres expérimentaux présentés dans la Table 3.2, les trois exposants valent :

$$r_0 \propto b'^{-0,26}, \quad r_0 \propto P^{0,13}, \quad r_0 \propto w_0^{0,6}. \quad (3.40)$$

Le rayon effectif est très peu sensible aux fluctuations du gradient et de la puissance du bouchon, et est plus sensible aux fluctuations de waist. Des fluctuations en r_0 représentent des fluctuations de la position du piège (x_0, z_0) , ce qui conduit à un chauffage linéaire dû à une excitation dipolaire, avec une dérivée temporelle de la température \dot{T} constante [116, 117]. \dot{T} est proportionnelle à la densité spectrale de puissance (DSP) de bruit sur la position du piège, laquelle peut être liée à la DSP de bruit sur b' , P et w_0 aux fréquences du piège par les équations (3.39).

De la même manière, les fluctuations de r_0 conduisent aussi à des fluctuations sur les fréquences d'oscillation du piège, ce qui produit un chauffage exponentiel dû à des excitations paramétriques. Le taux de chauffage paramétrique Γ_{param} est proportionnel à la DSP au double des fréquences du piège [116, 117]. À partir des équations (3.39), on peut estimer la valeur maximale de la densité spectrale de puissance des fluctuations relatives de b' , P et w_0 ($S_{b'}$, S_P et S_{w_0} , respectivement), pour assurer que \dot{T} et Γ_{param} soient inférieurs à un certain seuil.

Comme le minimum du piège est toujours dans le plan $y = 0$, les fluctuations sur les paramètres ne changent pas cette coordonnée, et il n'y a pas⁷ d'excitation dipolaire selon y . La contribution dominante pour le chauffage dipolaire est selon la direction x' . Pour un seuil à $\dot{T} = 1 \text{ nK} \cdot \text{s}^{-1}$, on trouve que $S_{b'}(\nu_{x'}) < -100 \text{ dB} \cdot \text{Hz}^{-1}$, $S_P(\nu_{x'}) < -95 \text{ dB} \cdot \text{Hz}^{-1}$ et $S_{w_0}(\nu_{x'}) < -110 \text{ dB} \cdot \text{Hz}^{-1}$. Ces conditions sont facilement satisfaites avec des alimentations et lasers commerciaux. Pour le chauffage paramétrique, les trois directions de l'espace doivent être prises en compte. Si le spectre de bruit aux fréquences $2\nu_i$ ($i = x', y, z'$) est le même que celui donné plus haut à la fréquence ν_i , le taux de chauffage paramétrique dû aux fluctuations des trois paramètres reste petit, $\Gamma_{param} < 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Le chauffage paramétrique n'est pas le mécanisme de chauffage dominant dans ce piège.

7. La position du minimum selon y peut dépendre du gradient magnétique b' si un champ magnétique résiduel est présent selon y , ce qui conduit à un chauffage dipolaire.

3.3.2.4 Bouchon légèrement décentré

On analyse finalement les corrections à apporter dans la position et fréquences d'oscillation du piège dans le cas où le bouchon est légèrement décentré. Quand le faisceau est centré, les deux minima sont situés symétriquement par rapport au plan yz et ont la même profondeur. Un déplacement du faisceau déséquilibre les profondeurs de deux minima, et par conséquent leur population. Les positions des minima ainsi que les fréquences d'oscillation du piège sont aussi modifiées. Pourtant, la symétrie par rapport au plan xz est préservée, et les minima ont toujours $y_0 = 0$. L'expression (3.38a) pour ω_y reste aussi valable en tenant compte de la nouvelle distance du minimum au centre.

On considère un faisceau bouchon focalisé en (x_c, z_c) , tel que $x_c, z_c \ll w_0$. On estime la correction à la position du minimum par :

$$\Delta x_0 = \frac{1 - 16\varepsilon/3}{1 - 4\varepsilon} x_c - \frac{4}{3} \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1 - 4\varepsilon}} z_c, \quad (3.41a)$$

$$\Delta z_0 = -\frac{4}{3} \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1 - 4\varepsilon}} x_c - \frac{1}{3} z_c. \quad (3.41b)$$

On en déduit que r_0 est modifié seulement par x_c à travers l'équation

$$\Delta r_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - 4\varepsilon}} x_c. \quad (3.42)$$

La déviation $\Delta\theta$ des axes propres dépend plus de z_c que de x_c , comme le montre l'équation

$$\Delta\theta = -\frac{4\xi^2 - 1}{3(\xi^2 - 1 + 3\varepsilon)} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1 - 4\varepsilon}} \frac{x_c}{x_0} + \frac{z_c}{x_0} \right). \quad (3.43)$$

Les dépendances des fréquences d'oscillation avec la position du faisceau sont aussi calculées de façon analytique au premier ordre. Un résultat remarquable est que la fréquence $\omega_{x'}$ n'est pas modifiée au premier ordre de x_c, z_c . Puisque $\omega_y \propto r_0^{-1/2}$, cette fréquence ne dépend que de x_c , comme r_0 . On exprime les déviations des fréquences d'oscillation en fonction de la position non perturbée dans le cas d'un faisceau centré, x_0 :

$$\frac{\Delta\omega_{x'}}{\omega_{x'}} = 0, \quad (3.44a)$$

$$\frac{\Delta\omega_y}{\omega_y} = -\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 - 4\varepsilon}} \frac{x_c}{r_0} = -\frac{1}{2} \frac{x_c}{x_0}, \quad (3.44b)$$

$$\frac{\Delta\omega_{z'}}{\omega_{z'}} = -\frac{2}{3} \frac{1 - \varepsilon}{1 - 4\varepsilon} \frac{x_c}{x_0} - \frac{4}{3} \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1 - 4\varepsilon}} \frac{z_c}{x_0}. \quad (3.44c)$$

De ces équations, on peut conclure que les fréquences d'oscillation dépendent essentiellement de x_c , et pas beaucoup de z_c , lequel intervient principalement dans la direction des axes propres du piège.

On peut évaluer les taux de chauffage dipolaire et paramétrique dus aux fluctuations de pointé du plug. On trouve que les excitations dipolaires dominent. Pour que

le chauffage soit inférieur à $1 \text{ nK}\cdot\text{s}^{-1}$, le bruit de pointé du laser aux fréquences du piège doit être plus petit que $S_x = -70 \text{ dB}\mu\text{m}^2\text{Hz}^{-1}$ selon la direction x , qui donne une contrainte trois fois plus forte que la direction z . Nous avons mesuré un bruit de pointé de l'ordre de $S_x = -50 \text{ dB}\mu\text{m}^2\text{Hz}^{-1}$, ce qui correspond à un chauffage d'environ $80 \text{ nK}\cdot\text{s}^{-1}$. Cependant, comme nous verrons dans la suite de ce chapitre, le chauffage que nous mesurons est plus faible que cette prédiction et est bien décrit par des pertes Majorana. Nous attribuons l'écart trouvé à des conditions expérimentales différentes. En effet, le pointé du laser est très sensible à ces conditions.

3.4 Production du condensat

3.4.1 Séquence expérimentale et refroidissement par évaporation

La séquence expérimentale débute avec le chargement des atomes dans le piège magnéto-optique 3D dans l'octogone. Une phase de compression de 45 ms, pendant laquelle le gradient magnétique passe de 5 à $27,5 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$ et le désaccord des faisceaux refroidisseurs passe de $-3,3\Gamma$ à -16Γ , permet d'adapter la forme du nuage au piège magnétique. Ensuite on coupe les faisceaux laser et on pousse le gradient jusqu'à $72,5 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$ en 100 ms. Le champ de biais selon z est aussi augmenté dans la même proportion. Les atomes dans l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$ sont alors transférés dans un piège magnétique produit par les bobines de transport. Ils sont ensuite transportés vers la cellule en verre en 1050 ms et transférés vers un autre piège magnétique, celui produit par les bobines fixes à l'extérieur de la cellule.

Pour réaliser ce transfert, on fait simultanément monter le courant des bobines du piège final et descendre le courant des bobines de transport en 400 ms. Un peu après⁸ que ce courant arrive à zéro, les bobines de transport retournent à leur position initiale autour de l'octogone. À ce stade, nous avons environ $1,8 \times 10^8$ atomes à $150 \mu\text{K}$ dans le piège magnétique. Le taux de collisions vaut 3 Hz et la densité dans l'espace de phase est de 7×10^{-7} . Pour augmenter l'efficacité d'évaporation, le gradient radial du piège magnétique est poussé de façon adiabatique à sa valeur maximale $b' = 216 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$ en 300 ms. La température du nuage et le taux de collisions atteignent respectivement $260 \mu\text{K}$ et 10 Hz. On allume le faisceau bouchon⁹ précédemment aligné et on procède au refroidissement par évaporation des atomes dans le piège quadrupolaire bouché. La procédure d'alignement du bouchon est expliquée dans la partie 3.4.2.

Décompression du piège

En réalité, vu la puissance laser disponible, l'addition du faisceau bouchon seule n'est pas suffisante pour surmonter l'effet des pertes Majorana et atteindre la dégénérescence quantique. Dans la partie 3.2, on a vu que les pertes deviennent gênantes

8. 25 ms.

9. Le faisceau est allumé 500 ms après que les bobines de transport débutent leur chemin de retour vers l'octogone, pour éviter que le faisceau ne tape sur le support des bobines.

pour des températures en dessous de $20\ \mu\text{K}$. Dans les conditions de la Table 3.2 — soit une puissance de $5,8\ \text{W}$ et un waist de $46\ \mu\text{m}$ — le faisceau bouchon produit un déplacement lumineux correspondant à $101\ \mu\text{K}$. La figure 3.5 montre le potentiel dans le piège quadrupolaire bouché en fonction de x ($y = z = 0$) dans le cas d'un faisceau centré. Pour un gradient maximal — courbe magenta — le minimum de potentiel est à environ $45\ \mu\text{K}$, ce qui correspond à une barrière de potentiel de $56\ \mu\text{K}$, à comparer avec la température du nuage de $20\ \mu\text{K}$. À un gradient quasiment quatre fois plus faible — courbe bleue — le minimum de potentiel est situé à $13\ \mu\text{K}$, et la barrière est de $88\ \mu\text{K}$, plus efficace dans ce cas.

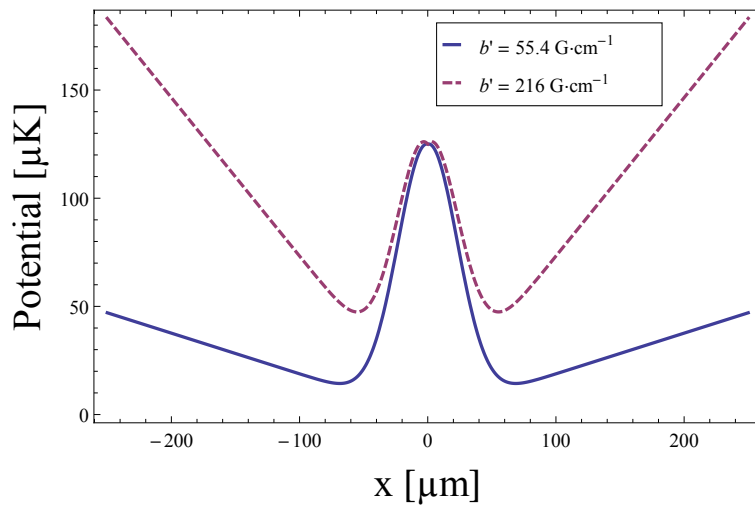


Figure 3.5 — Potentiel quadrupolaire bouché en fonction de x ($y = z = 0$). On considère un faisceau plug centré et deux valeurs de gradient magnétique. Noter la variation de la profondeur du piège avec le gradient.

Optically plugged trap potential as a function of x ($y = z = 0$). The plug beam is centered, and we take two values for the magnetic gradient. Note the variation in the trap depth with the magnetic gradient.

Effectuer une décompression du piège quand les pertes Majorana deviennent importantes est alors favorable à l'obtention du condensat. On remarque que cette procédure était aussi réalisée dans les expériences précédentes avec du sodium, mais la raison était différente. En fait, bien que le coefficient de perte à trois corps soit plus faible que pour le rubidium, les densités typiques d'un gaz de sodium proche de la condensation sont plus élevées que pour le rubidium et des pertes à trois corps deviennent importantes. La décompression du piège atténue cet effet en plus d'augmenter la profondeur du piège, en favorisant la condensation.

Le refroidissement par évaporation se fait en trois étapes dans notre expérience : la première est une pré-évaporation à gradient constant maximal, la deuxième étape correspond à une décompression adiabatique du piège, et la dernière étape est l'évaporation finale qui a lieu à gradient plus faible.

La pré-évaporation a lieu avec $b' = 216 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$. Le champ radiofréquence est d'abord allumé à 50 MHz, ce qui correspond à $2400 \mu\text{K}$, presque dix fois la température atomique initiale ($260 \mu\text{K}$). Comme le bouchon optique produit un déplacement lumineux d'environ $100 \mu\text{K}$, il n'a pas d'effet à ce moment. La fréquence du champ rf est diminuée suivant une rampe linéaire par morceaux jusqu'à 4 MHz en 13,6 s. Le profil de cette rampe correspond à la courbe bleue de la figure 3.6. Elle a été optimisée pour maximiser le taux de collision élastique, de façon à maintenir le régime emballé de l'évaporation. À la fin de cette phase, on a 7×10^6 atomes à $20 \mu\text{K}$. Le taux de collisions atteint 240 Hz, et la densité dans l'espace de phase est de 3×10^{-3} . Les pertes Majorana ne jouent pas de rôle dans cette première étape de l'évaporation.

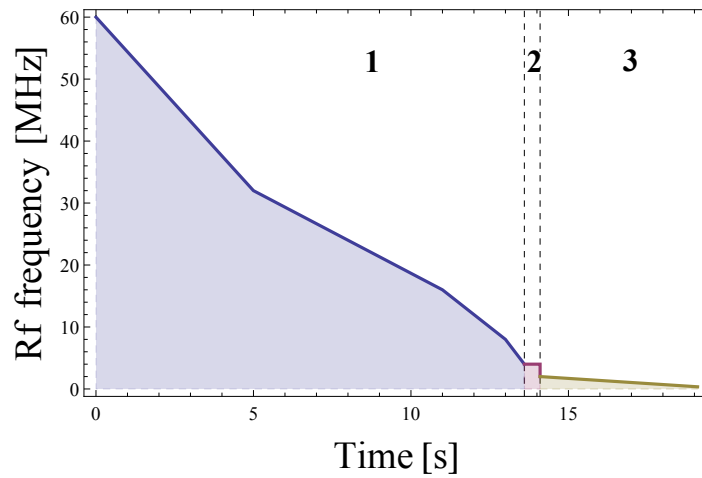


Figure 3.6 — Profil de la rampe d'évaporation. La première région correspond à pré-évaporation qui a lieu à gradient maximal $b' = 216 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$. Dans la deuxième région, le gradient diminue linéairement en 50 ms jusqu'à $55,4 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$ et est gardé à cette valeur pendant la phase finale d'évaporation, représentée dans la troisième région.

Evaporation ramp profile, divided in three steps. The first region corresponds to the first phase of the evaporative cooling at maximal magnetic gradient $b' = 216 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$. In the second region, the gradient is linearly ramped down to $55,4 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$ in 50 ms, and it is kept at this value during the last phase of the evaporation, represented by the third region.

Dans la phase de décompression adiabatique (courbe rose), le champ rf reste constant égal à 4 MHz tandis que le gradient magnétique décroît linéairement jusqu'à $55,4 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$. À la fin de cette phase, qui dure 50 ms, la température atomique est de $8 \mu\text{K}$ et le taux de collision est de 50 Hz. Le nombre d'atomes et la densité dans l'espace de phase restent constantes. Vu que la température pendant la décompression est inférieure à $20 \mu\text{K}$ et par conséquent les transitions Majorana ont un effet, le positionnement du faisceau bouchon est important.

Dans l'évaporation finale, on effectue une rampe rf linéaire de 2 MHz jusqu'à typiquement 150 – 350 kHz pendant 5 s (courbe jaune). Le gradient est gardé constant égal

à $55,4 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$. À la fin, en évaporant jusqu'à environ 50 kHz en dessus du fond du puits — qui dépend de la position du bouchon optique — on peut obtenir un condensat quasi pur d'environ 2×10^5 atomes. La température est de l'ordre de la centaine de nanokelvin, et peut être contrôlée par la fréquence finale d'évaporation. C'est pendant cette phase finale d'évaporation que le positionnement du bouchon devient très critique.

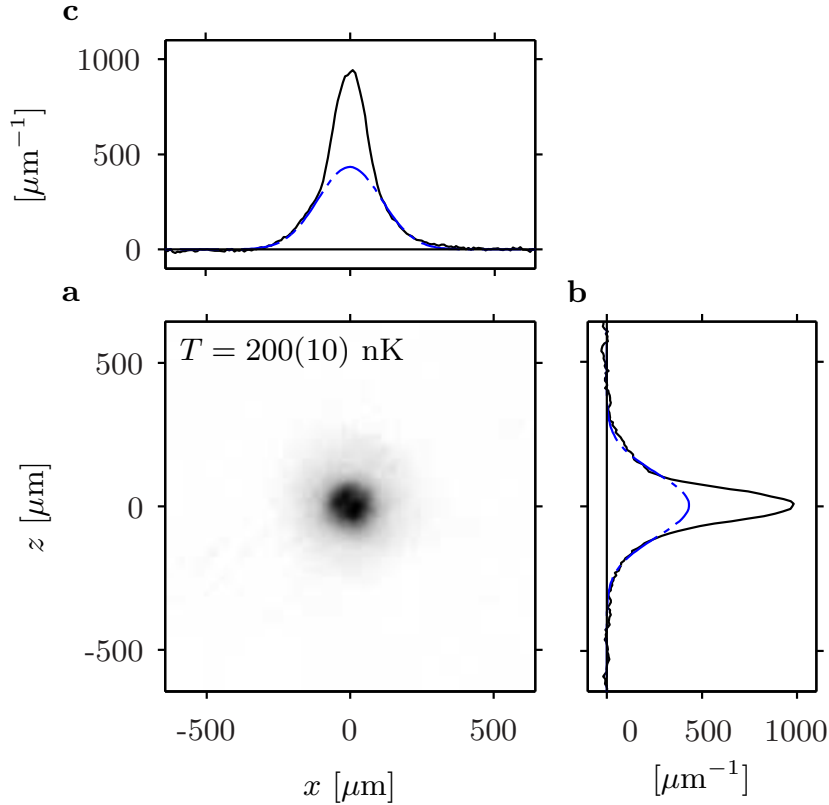


Figure 3.7 — Image d'un nuage bimodal après un temps de vol de 25 ms.

Analysis of time-of-flight image. (a) Absorption image of a cold atomic cloud after 25 ms time of flight. High optical density at the center of the image indicates the presence of a BEC. Thermal tails are yet still visible. (b) Integrated profile of (a) along the x axis. The dashed blue line corresponds to the integrated profile of a two-dimensional fit of the thermal tail of the atomic cloud displayed in (a). (c) Same as (b) with integration along the z axis.

La figure 3.2 montre l'évolution de la densité dans l'espace de phase et de la température pendant l'évaporation jusqu'à l'obtention du condensat, et l'image par absorption selon y après un temps de vol de 25 ms est présentée à la figure 3.7. Les profils intégrés sont ajustés à une fonction mixte gaussienne (pour le nuage thermique) plus Thomas-Fermi (pour le condensat). On remarque que le paramètre de l'évaporation, $\eta = h\nu_{rf}/(k_B T)$, reste quasiment constant égal à 8 pendant l'évaporation.

3.4.2 Alignement du faisceau bouchon

Le bon positionnement du faisceau bouchon proche du zéro magnétique est un facteur clé pour la condensation. Pour cela, nous disposons d'un miroir contenant deux éléments piézoélectriques de précision $0,8 \mu\text{m}$, voir la section 2.3.2.3. Mais avant de tirer parti d'une telle précision, un réglage grossier est précédemment réalisé avec les atomes pré-évaporés dans le piège quadrupolaire bouché, après la phase de décompression du piège. L'astuce est de garder le faisceau allumé pendant le temps de vol des atomes, ce qui modifie de façon significative la forme du nuage au moment de la prise d'image. La figure 3.8 montre les images obtenues dans les cas d'un faisceau mal positionné dans la verticale, dans l'horizontale, ou bien positionné.

L'image (a) correspond à un faisceau trop haut par rapport au zéro magnétique, de façon que les atomes piégés se situent au-dessous du faisceau. Après la coupure du piège magnétique, les atomes tombent par effet de la gravité quasiment sans être affectés par la présence du plug optique. On précise que la gravité est orientée vers le haut de chaque image. Dans le cas d'un plug plus bas que les atomes, le nuage se repartit en deux pendant l'expansion, étant donné le potentiel dipolaire répulsif. Si le faisceau est centré dans l'horizontale, les deux nuages ont le même nombre d'atomes. Un mauvais centrage en x crée un déséquilibre entre les deux nuages, comme on peut le voir dans les images (b) et (c). Dans ce réglage grossier, on considère que le faisceau est bien placé quand l'image des atomes ressemble à l'image (d), les deux nuages n'étant pas complètement séparés et bien équilibrés.

Le réglage fin se fait pendant la phase finale d'évaporation, à l'aide des éléments piézoélectriques et en effectuant un temps de vol normal. On interrompt l'évaporation à des fréquences rf entre 2 MHz et 350 kHz, et on maximise la densité après un temps de vol, de façon à obtenir à la fin un condensat de Bose-Einstein.

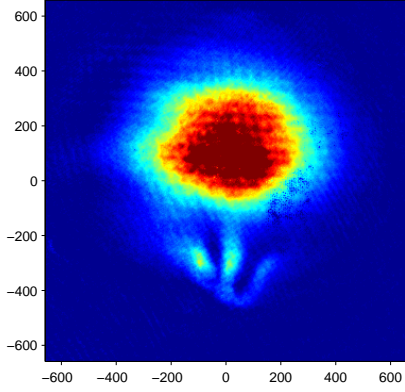
3.4.3 Durée de vie et chauffage

On a mesuré la durée de vie et le chauffage d'un condensat de Bose-Einstein dans le piège quadrupolaire bouché. Après la production d'un nuage d'environ $N_0 = 2,8 \times 10^5$ atomes, avec une fraction condensé de 43% et une température initiale de 40 nK, les atomes sont gardés dans le piège à gradient magnétique constant $b' = 55,4 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$ pendant un certain temps. Le piège est ensuite coupé et on sonde le nuage après 25 ms de temps de vol. En ajustant le profil de densité avec un modèle mixte Thomas Fermi et gaussien, on extrait le nombre d'atomes et la température du nuage.

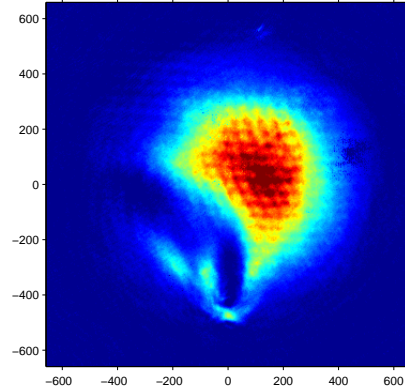
Les données du nombre d'atomes et de la température en fonction du temps sont présentées dans la figure 3.9. En ajustant une exponentielle pour la décroissance de N , on trouve une durée de vie $\tau_{bec} = 20 \pm 2 \text{ s}$ (temps à N_0/e). Elle est limitée par les pertes Majorana vu que la pression du gaz résiduel permet des durées de vie plus grandes que 240 s (voir 4.3.2.3).

L'évolution temporelle de la température, image (b), est ajustée par le modèle des pertes Majorana, équation (3.19b). La courbe passe très bien par nos données expérimentales, et on en déduit $\gamma = (4,19 \pm 0,05) \times 10^{-3} \mu\text{K}^2\cdot\text{s}^{-1}$. Cette mesure est trois ordres de grandeur plus petite que le résultat présenté dans la figure 3.1 au même

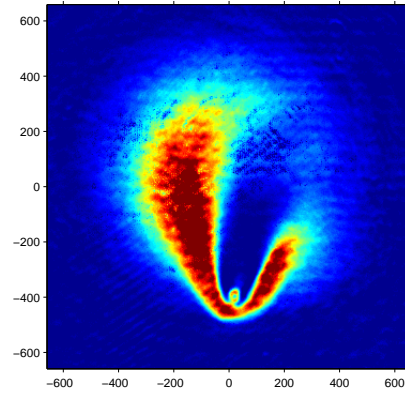
a



b



c



d

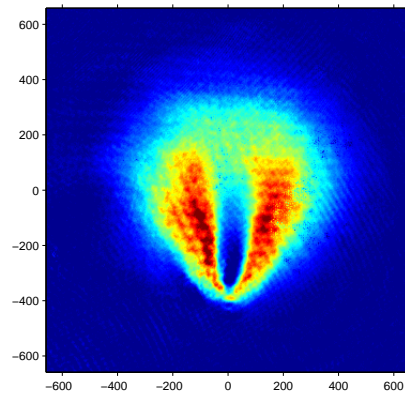


Figure 3.8 — Alignement grossier de la position du bouchon optique. Les images des atomes après décompression sont prises après temps de vol. Seul le champ magnétique est coupé, le faisceau bouchon reste allumé pendant l'expansion atomique. La gravité est orientée vers le haut. Les images correspondent à un faisceau trop haut (a), désaligné selon x (b) et (c), et bien centré (d).

Rough alignment of the plug beam position. The atoms at the end of the decompression phase are imaged after expansion. Just the magnetic field is swithed off, the plug beam remains on during time of flight. Gravity is directed upward. Images corresponds to a plug beam too high (a), misaligned in the x direction (b) and (c), and well centered (d).

gradient, où γ a été mesuré dans le piège quadrupole pur (sans faisceau bouchon). Le bouchon optique est alors très efficace, en limitant le chauffage Marojana dans le piège quadrupolaire bouché.

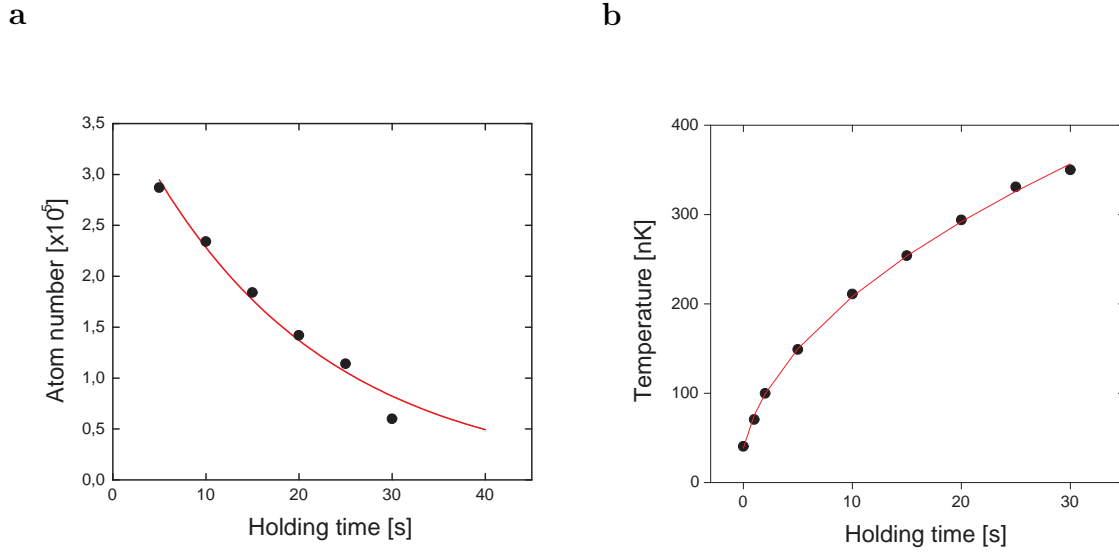


Figure 3.9 — Durée de vie et chauffage dans le piège quadrupolaire bouché. (a) Nombre d’atomes piégés en fonction du temps. La courbe rouge est un ajustement exponentiel des points expérimentaux. On mesure une durée de vie de 20 ± 2 s. (b) Évolution temporelle de la température. La courbe rouge est un ajustement des données par le modèle donné en (3.19b), d’où vient $\gamma = (4,19 \pm 0,05) \times 10^{-3} \mu\text{K}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Lifetime and heating in the optically plugged quadrupole trap. (a) Number of trapped atoms as a function of time. The red line is a exponential fit of the data. We deduce a lifetime of 20 ± 2 s. (b) Time evolution of temperature. The red line is a fit of the data according to the model given by (3.19b), from which $\gamma = (4.19 \pm 0.05) \times 10^{-3} \mu\text{K}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ is deduced.

3.5 Caractérisation expérimentale du piège bouché

Le piège quadrupolaire bouché est proche d’un piège linéaire pour des températures supérieures à $20 \mu\text{K}$, et d’un piège harmonique pour des températures inférieures à $1 \mu\text{K}$. Entre les deux régimes, le piège est fortement anharmonique, et dépend de plusieurs paramètres comme le gradient magnétique, la puissance du faisceau bouchon, son waist et sa position par rapport au zéro magnétique. Comme montré dans la section 3.3.2.3, les caractéristiques du piège sont les plus sensibles à la position du faisceau bouchon, qui ne peut pas être directement mesurée. Dans cette section, je présente une série de mesures qui permettent une caractérisation totale du piège bouché.

3.5.1 Champ magnétique au fond du piège

La spectroscopie radiofréquence permet de mesurer le champ magnétique B_0 au fond du piège bouché. Cette mesure détermine aussi la fréquence d’oscillation ν_y , vu que sa valeur ne dépend que de B_0 et de b' qui est mesuré indépendamment (voir section 2.1.3). Pour faire la spectroscopie rf, on applique un champ radiofréquence de

faible amplitude linéairement polarisé selon y pour sonder le condensat. Le champ induit des changements de spin de l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$ vers l'état non piégeant $|F = 1, m_F = 0\rangle$. La résonance du nombre d'atomes restants dans le piège indique directement le champ rf au fond.

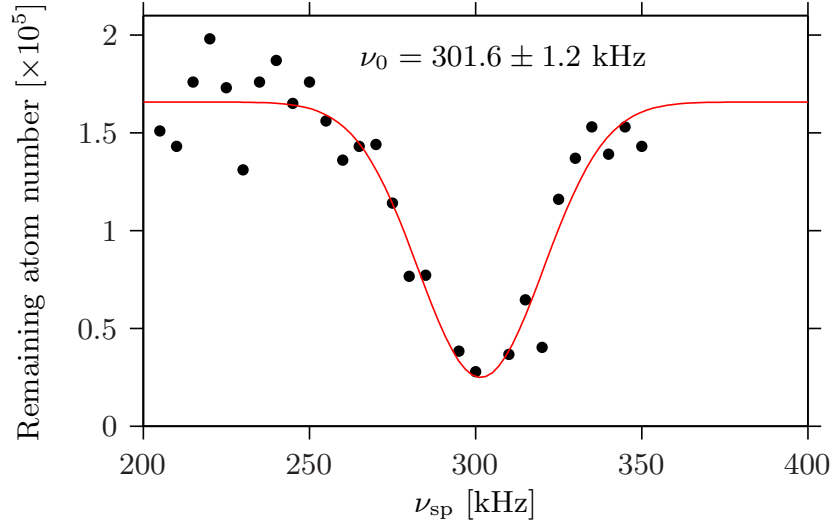


Figure 3.10 — Détermination de la valeur du champ magnétique au fond du piège par spectroscopie rf.

Rf spectroscopy : number of atoms remaining in the trap after a 100 ms rf pulse, as a function of the rf frequency. The solid line is a Gaussian fit to the data.

La figure 3.10 montre un spectre réalisé avec une sonde de fréquence de Rabi égale à 100 Hz (voir calibration dans l'annexe B). La sonde est allumée en 1 ms, appliquée pendant 100 ms à différentes fréquences, puis éteinte en 1 ms. La résonance se trouve à $\nu_0 = 302(1)$ kHz. Cela correspond à $B_0 = 431(1)$ mG et $r_0 = 77(1)$ μm (voir équation (3.37)). En utilisant l'équation (3.38a), on trouve $\nu_y = 76,2(8)$ Hz.

3.5.2 Fréquences d'oscillation

Pour mesurer les fréquences d'oscillation du piège quadrupolaire bouché, on excite des oscillations dipolaire et paramétrique dans le nuage piégé. Pour cela, on module le courant I des bobines qui produisent le champ magnétique avec une fréquence d'excitation ν_{ex} . La modulation du courant se traduit en modulation du gradient magnétique, lequel intervient dans les coordonnées (x_0, z_0) du minimum (équations (3.31)) et dans les trois fréquences d'oscillation du piège (équations (3.38)), induisant ainsi des oscillations dipolaires en x et z , et paramétriques en x , y et z . Si un champ magnétique uniforme résiduel est présent dans l'axe y , ce qui semble être le cas, la modulation du gradient induit aussi une modulation de la position du minimum selon l'axe y , et par conséquent une oscillation dipolaire dans cet axe.

Pendant 500 ms de modulation, on impose $I(t) = I_0(1 + \delta I \sin 2\pi\nu_{ex}t)$, où I_0 est le courant moyen, et $\delta I = 1,8\%$ est l'amplitude de modulation. Après 100 ms de temps de thermalisation, pendant lequel l'excitation est convertie en chauffage, on coupe brutalement le piège et on laisse 25 ms de temps de vol. De l'image par absorption des atomes, on extrait la taille rms du nuage $s_z(t_{tof})$.

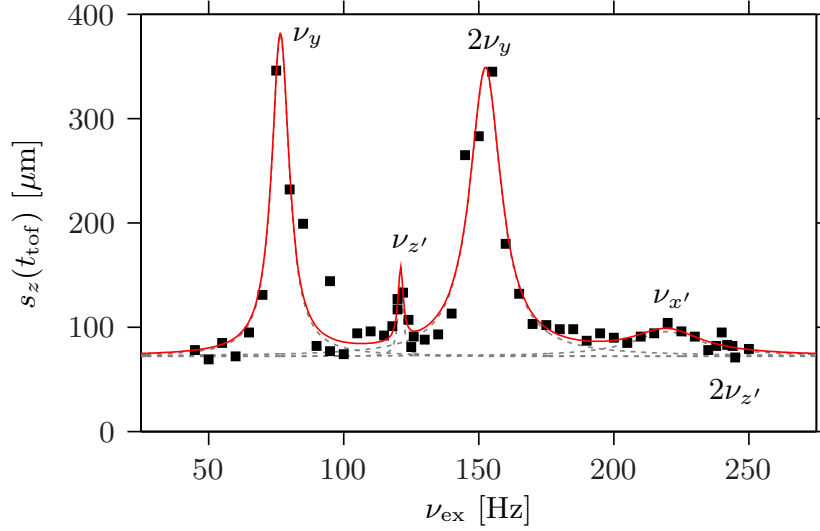


Figure 3.11 — Mesure des fréquences d'oscillation du piège par excitation résonnante.

Spectroscopy of the oscillation frequencies. Squares : Measured cloud size in micrometers after 25 ms time of flight, as a function of the modulation frequency of the current in the quadrupole coils. Solid red line : Multiple Lorentzian fit to the data.

Dans la figure 3.11, $s_z(t_{tof})$ est tracé en fonction de la fréquence d'excitation. Les pics correspondent à des résonances dipolaires et paramétriques du piège, et sont ajustés par des lorentziennes. La première résonance à 76,6(4) Hz correspond directement à la fréquence la plus basse ν_y , et est en très bon accord avec le calcul fait à partir de la spectroscopie rf dans la section précédente. On trouve aussi $\nu_{x'} = 220(10)$ Hz et $\nu_{z'} = 121,1(5)$ Hz. On peut distinguer les résonances paramétriques à $2\nu_y$ et $2\nu_{z'}$. Les incertitudes dans les fréquences proviennent de l'ajustement lorentzien.

3.5.3 Paramètres du bouchon optique

Les paramètres du bouchon comme le waist w_0 et sa position de focalisation (x_c, z_c) sont difficiles à mesurer directement. On déduit ces valeurs à partir de mesures des fréquences d'oscillation et d'autres paramètres connus du piège comme le gradient magnétique, qui a été mesuré indépendamment (voir section 2.1.3), et la puissance P du faisceau bouchon, estimée avec une bonne précision à partir de mesures de puissance réalisées avant et après la traversée de la cellule par le faisceau. Les valeurs de b' et P sont données dans la Table 3.2. De b' on calcule le paramètre $\varepsilon = 0,0337(7)$.

La valeur de ω_y donne directement r_0 par l'équation (3.38a), qui reste valable pour un bouchon décentré. Comme $\omega_{x'}$ ne dépend pas de la position du bouchon au premier ordre, on cherche la valeur de w_0 qui ajuste bien $\omega_{x'}$ à la valeur mesurée. Avec b' et P connus, le déplacement lumineux ne dépend que du waist du faisceau, et donc ξ est aussi une fonction que de w_0 (voir l'équation (3.32)). En utilisant les équations (3.38b) et (3.33), cela nous permet d'écrire :

$$\omega_{x'} = (1 - 3\varepsilon)^{1/4} \sqrt{\frac{4\xi^2(w_0) - 1}{\xi(w_0)}} \sqrt{\frac{\mu_m b'}{M w_0}} \quad (3.45)$$

En inversant cette expression, on obtient $w_0 = 46 \mu\text{m}$. De (3.33) et en connaissant w_0 , on prédit la valeur r_0^0 du rayon effectif au premier ordre. Le décalage $\Delta r_0 = r_0 - r_0^0$ par rapport à la valeur initialement mesurée donne la position horizontale du faisceau bouchon $x_c = \sqrt{1 - 4\varepsilon} \Delta r_0$, conforme à l'équation (3.42). Finalement, la valeur de z_c est choisie pour bien ajuster $\omega_{z'}$ par (3.44c), où la fréquence à l'ordre zéro est obtenue de (3.38c). Cette méthode nous permet de déterminer les valeurs de w_0 , x_c et z_c qui sont données dans la Table 3.2 et de calculer la profondeur du piège. Les incertitudes viennent des formules utilisées et des incertitudes expérimentales.

Chapitre 4

Piège quadrupolaire habillé : de 3D à 2D

Le piège quadrupolaire bouché nous permet de produire de façon reproductible des condensats de Bose-Einstein. Pour nos études de gaz en dimension deux, il n'est pas approprié : l'anisotropie est faible, et il subsiste un chauffage résiduel de $80 \text{ nK}\cdot\text{s}^{-1}$ environ. Pour les études sur les modes collectifs d'un gaz 2D présentés au chapitre 5, nous avons utilisé un autre type de piège, naturellement isotrope, et qui permet de confiner un gaz dégénéré dans d'excellentes conditions de durée de vie et de taux de chauffage. C'est ce piège quadrupolaire habillé que je décrirai dans ce chapitre.

Je commencerai par un bref exposé de ce qui a été fait jusqu'à maintenant (section 4.1). Dans la section 4.2, j'étudie les caractéristiques du piège habillé par un champ radiofréquence en présence de gravité dans les cas d'une polarisation linéaire (§4.2.1) et circulaire (§4.2.2). Ensuite je discute de la possibilité de contrôler la géométrie du piège en modifiant quelques paramètres expérimentaux (§4.2.3), et enfin je parle des pertes Landau Zener qui peuvent avoir lieu lorsqu'un atome passe par le croisement de niveau (§4.2.4). Dans la section 4.3 j'aborde la réalisation expérimentale d'un piège habillé 3D, en passant par le chargement des atomes dans le piège (§4.3.1) et sa caractérisation expérimentale (§4.3.2). Enfin, je montrerai comment on peut atteindre le régime quasi-bidimensionnel en poussant l'anisotropie au maximum (section 4.4).

4.1 État de l'art

Le piège magnétique habillé a été initialement proposé par O. Zobay et B. M. Garraway [118] en 2001 pour confiner des atomes en deux dimensions. Ce type de piège s'appuie sur l'utilisation des champs radiofréquences pour coupler les différents sous-niveaux Zeeman de l'atome en présence d'un champ magnétique statique non homogène. Un croisement évité servant de minimum de potentiel à l'état habillé supérieur est créé à l'endroit de la résonance. Les potentiels adiabatiques que voient les atomes habillés par la rf sont les mêmes que ceux impliqués dans le processus de refroidissement

par évaporation [13], sauf que dans ce dernier cas ils servent à limiter la profondeur du piège. Historiquement, un piège similaire a été réalisé avant la proposition de Zobay et Garraway. En 1994, l'équipe de C. I. Westbrook a démontré la faisabilité d'un piège combinant un champ statique quadrupolaire et un champ micro-onde inhomogène [119]. Le champ micro-onde couplait deux états hyperfins de l'atome de Cs, piégés dans une cavité micro-onde sphérique. Dans ce cas de figure, c'était la variation de la fréquence de Rabi dans l'espace qui permettait le confinement.

La première réalisation expérimentale d'un piège magnétique habillé a été faite dans l'équipe [120] en 2003. Des atomes thermiques de ^{87}Rb ont été transférés à partir d'un piège magnétique avec un minimum de champ non nul, du type QUIC [121], vers un piège habillé. Quelques années plus tard, l'équipe a réussi à transférer les atomes habillés du piège QUIC à un piège quadrupolaire habillé [122]. Cependant, la température du gaz était encore nettement au dessus du seuil de condensation. Ils ont mis en évidence une évaporation du gaz thermique par les « trous » présents dans un piège quadrupolaire habillé par un champ rf linéaire. Ces trous correspondent à un couplage radiofréquence nul, et leur localisation dépend de la géométrie et de la polarisation du champ, comme cela est expliqué dans l'annexe C.

D'autres équipes ont utilisé des champs radiofréquence pour habiller les atomes. En particulier, dans le domaine des puces atomiques les potentiels adiabatiques ont été utilisés pour séparer un condensat dans un double-puits et les faire interférer [123, 124, 125], et pour créer un piège sélectif en espèce atomique dans un mélange ^{40}K - ^{87}Rb toujours en utilisant un double-puits [126].

Les pièges combinant un champ statique et un champ radiofréquence sont très appréciés par leur souplesse et la grande variété de géométries de piégeage possibles : pièges quasi 2D du type « bulle » atomique [118, 120, 127, 122], double puits de potentiel [123, 124, 126, 128], anneau [129, 128] et réseau [130]. La forme du piège dépend du choix de la radiofréquence (polarisation, fréquence, intensité du couplage) et de la cartographie du champ statique.

Nous nous intéressons ici aux pièges du type bulle atomique résultant de l'habillage des atomes dans un champ magnétique quadrupolaire par une radiofréquence de polarisation linéaire ou circulaire, en présence de gravité. On se place dans le cadre de l'approximation adiabatique, où le spin atomique suit adiabatiquement la direction du champ magnétique. Le croisement évité a lieu sur une surface ellipsoïdale, correspondant aux isomagnétiques du champ quadrupolaire. La souplesse de ce piège sera exploitée lors de l'étude des modes collectifs dans le chapitre 5. Nous détaillerons ici les aspects du potentiel et sa caractérisation expérimentale.

4.2 Piège quadrupolaire habillé en présence de gravité

On considère un atome en présence du champ quadrupolaire $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ donné dans l'équation (2.1), d'un champ d'habillage radiofréquence $\mathbf{B}_{rf}(t)$ oscillant à la fréquence $\nu_{rf} = \omega_{rf}/2\pi$ et de la gravité. Le potentiel résultant $U_H(\mathbf{r})$ est la somme du potentiel

adiabatique $U_{m_F}(\mathbf{r})$ — calculé en détail dans l'annexe C — et du potentiel gravitationnel :

$$U_H(\mathbf{r}) = m_F \hbar \sqrt{\delta(\mathbf{r})^2 + \Omega(\mathbf{r})^2} + Mgz. \quad (4.1)$$

Dans cette équation, m_F indique l'état habillé et peut valoir $-1, 0$ ou 1 pour un atome de spin $F = 1$. Par convention, on choisit l'orientation locale de l'axe de quantification de sorte que les états habillés piégés correspondent à $m_F > 0$. $\Omega(\mathbf{r})$ est le couplage radiofréquence dépendant de la position et

$$\delta(\mathbf{r}) = \omega_{rf} - \frac{|g_F| \mu_B}{\hbar} B(\mathbf{r}). \quad (4.2)$$

La surface isomagnétique définie par $\delta(\mathbf{r}) = 0$ correspond à la surface où le champ radiofréquence est résonnant avec la différence d'énergie entre les sous-niveaux Zeeman de l'atome, et un croisement évité se forme. Le potentiel donné en (4.1) confine l'état habillé de plus haute énergie $|m_F = 1\rangle$ proche de cette surface, laquelle correspond dans notre expérience à des ellipsoïdes deux fois plus écrasés dans la direction z . Ils sont donnés par :

$$\omega_{rf} = \frac{|g_F| \mu_B}{\hbar} b' \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}, \quad (4.3)$$

ou encore

$$r_e(\mathbf{r}) = \frac{\omega_{rf}}{\alpha} \equiv r_b, \quad (4.4)$$

où on a défini $\alpha = |g_F| \mu_B b' / \hbar$, $r_e(\mathbf{r}) = \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}$ et $r_b = \omega_{rf} / \alpha$. Les dimensions de cet ellipsoïde sont déterminées par la fréquence d'habillage.

La forme exacte du potentiel dépend du terme $\Omega(\mathbf{r})$, auquel on se réfère usuellement comme la fréquence de Rabi. Ce terme est calculé dans l'annexe C pour les cas d'une polarisation linéaire et circulaire, les deux situations exploitées pendant ma thèse. Je donnerai dans la suite les résultats de ce calcul.

4.2.1 Polarisation linéaire

Fréquence de Rabi

On considère d'abord le cas d'un champ radiofréquence polarisé linéairement dans le plan xy selon un axe arbitraire y' :

$$\mathbf{B}_{rf}(t) = B_{rf} \cos(\omega_{rf} t) \mathbf{e}_{y'}. \quad (4.5)$$

Soit a_y l'angle entre y' et y , c'est-à-dire $\mathbf{e}_{y'} = -\sin a_y \mathbf{e}_x + \cos a_y \mathbf{e}_y$. On appelle x' la direction orthogonale dans le plan, avec $\mathbf{e}_{x'} = \cos a_y \mathbf{e}_x + \sin a_y \mathbf{e}_y$. On définit le couplage maximal Ω_0 obtenu dans le plan $x'z$ où l'onde radiofréquence est orthogonale au champ statique :

$$\Omega_0 = \frac{|g_F| \mu_B}{2\hbar} B_{rf}. \quad (4.6)$$

Alors,

$$\Omega(\mathbf{r}) = \Omega_0 \frac{\sqrt{x'^2 + 4z^2}}{r_e(\mathbf{r})}. \quad (4.7)$$

α

$r_e(\mathbf{r})$

r_b

Ω_0

On remarque que le couplage vaut zéro dans l'axe de polarisation de la rf, ce qui crée deux points de fuite pour les atomes dans le piège habillé. En effet, les points de couplage nul entre le moment magnétique atomique et le champ radiofréquence correspondent à des « trous » du potentiel à travers lesquels les atomes peuvent s'échapper après avoir subi un changement de spin.

Caractéristiques

Dans notre expérience, on se sert de la gravité pour déplacer le minimum de potentiel au fond de l'ellipsoïde, loin des trous. Quelques conditions doivent être satisfaites pour l'existence de ce minimum. En définissant $\epsilon = Mg/(2m_F\hbar\alpha)$, elles s'expriment comme :

$$\begin{cases} \epsilon < 1, \\ \frac{\Omega_0}{\omega_{rf}} < \frac{\epsilon\sqrt{1-\epsilon^2}}{1-2\epsilon^2}. \end{cases} \quad (4.8)$$

La première condition indique que le gradient magnétique doit au moins compenser l'effet de la gravité, tandis que la deuxième indique que le gradient vertical de la fréquence de Rabi doit être plus petit que la force gravitationnelle pour empêcher les atomes de s'accumuler autour des trous du piège. Dans la limite $\epsilon^2 \ll 1$, ces deux conditions peuvent être approximées par :

$$2m_F\hbar\Omega_0 < Mgr_b < 2m_F\hbar\omega_{rf}. \quad (4.9)$$

Ces conditions sont toujours satisfaites expérimentalement, ϵ étant compris entre 0,07 et 0,27 dans notre cas.

Le minimum du potentiel est positionné à $(x=0, y=0, z=-R)$, où sa coordonnée z est légèrement déplacée par rapport au fond de l'ellipsoïde mentionné plus haut à cause de la gravité. R est donné par :

$$R = \frac{r_b}{2} \left(1 + \frac{\epsilon}{\sqrt{1-\epsilon^2}} \frac{\Omega_0}{\omega_{rf}} \right). \quad (4.10)$$

La brisure de symétrie entre x' et y' par la rf entraîne une différence entre les fréquences d'oscillations horizontales du piège habillé. Les trois fréquences d'oscillation sont déduites d'un développement au second ordre du potentiel de piégeage autour de son minimum. Le résultat est le suivant :

$$\omega_{x'} = \sqrt{\frac{g}{4R}}, \quad (4.11a)$$

$$\omega_{y'} = \sqrt{\frac{g}{4R}} \left[1 - \frac{m_F\hbar\Omega_0}{MgR} \sqrt{1-\epsilon^2} \right]^{1/2}, \quad (4.11b)$$

$$\omega_z = 2\alpha \sqrt{\frac{m_F\hbar}{M\Omega_0}} (1-\epsilon^2)^{3/4}. \quad (4.11c)$$

La fréquence d'oscillation selon l'axe x' est la fréquence d'un pendule de longueur $4R$, qui est le rayon de courbure correspondant à l'ellipsoïde à la position d'équilibre $z=-R$. L'inhomogénéité du couplage conduit à une fréquence d'oscillation plus petite selon l'axe y' .

4.2.2 Polarisation circulaire

Fréquence de Rabi

On considère ici un champ radiofréquence de polarisation circulaire dans le plan xy :

$$\mathbf{B}_{rf}(t) = \frac{B_{rf}}{2} [\cos(\omega_{rf}t)\mathbf{e}_x + \sin(\omega_{rf}t)\mathbf{e}_y]. \quad (4.12)$$

Avec la même définition de Ω_0 donné en (4.6), la fréquence de Rabi dépendant de la position est :

$$\Omega(\mathbf{r}) = \frac{\Omega_0}{2} \left[1 - \frac{2z}{r_e(\mathbf{r})} \right]. \quad (4.13)$$

On remarque que $\Omega(\mathbf{r})$ est maximum pour tous les points de l'axe z de coordonnée z négative, et vaut zéro pour ceux de coordonnée z positive. Ceci est utile pour constituer un piège proche du fond de la bulle en se servant de la gravité, le trou étant placé loin des atomes.

Caractéristiques

Les conditions d'existence d'un minimum de potentiel proche du bas de l'isomagnétique dans le cas d'une polarisation circulaire sont :

$$\begin{cases} \epsilon < 1, \\ \frac{\Omega_0}{\omega_{rf}} < \frac{2\epsilon\sqrt{1-\epsilon^2}}{1-3\epsilon^2}. \end{cases} \quad (4.14)$$

Dans la limite $\epsilon^2 \ll 1$, ces deux conditions peuvent être approximées par :

$$m_F \hbar \Omega_0 < Mgr_b < 2m_F \hbar \omega_{rf}. \quad (4.15)$$

L'expression (4.10) de la position du minimum reste inchangée. Toutefois, les fréquences d'oscillations sont modifiées dans le plan horizontal. Grâce au choix de polarisation circulaire, le piège possède une symétrie cylindrique, avec une seule fréquence radiale notée ω_r . Les deux fréquences ω_r et ω_z sont obtenues par un développement au second ordre du potentiel autour de son minimum, et le résultat est le suivant :

$$\omega_r = \sqrt{\frac{g}{4R}} \left[1 - \frac{m_F \hbar \Omega_0}{2MgR} \sqrt{1-\epsilon^2} \right]^{1/2}, \quad (4.16a)$$

$$\omega_z = 2\alpha \sqrt{\frac{m_F \hbar}{M\Omega_0}} (1-\epsilon^2)^{3/4}. \quad (4.16b)$$

La fréquence d'oscillation verticale est la même que celle donnée plus haut pour une polarisation linéaire. Dans la section suivante nous verrons comment on peut modifier certaines caractéristiques du piège en jouant avec les paramètres expérimentaux.

4.2.3 Contrôle fin de la géométrie

Une analyse simple à l'ordre zéro en ϵ nous donne des informations importantes sur les paramètres expérimentaux les plus pertinents dont dépendent R et les fréquences d'oscillations du piège. Cette analyse nous permettra de définir quels paramètres modifier pour construire le piège avec les caractéristiques souhaitées. Quatre paramètres expérimentaux contrôlables sont disponibles : b' , ω_{rf} , Ω_0 et φ . Le gradient magnétique peut être facilement modifié à travers un contrôle analogique de l'alimentation du piège quadrupolaire. Un synthétiseur commercial permet de contrôler et modifier ω_{rf} au cours de la séquence expérimentale (on peut faire des rampes linéaires par morceaux pré-programmées). Un micro-contrôleur présent dans notre synthétiseur maison permet la programmation de rampes linéaires de l'amplitude et de la phase du champ rf, ce qui modifie directement Ω_0 et la polarisation de la radiofréquence. Pour plus de détails sur notre source radiofréquence, voir §2.4.1.

En ce qui concerne la position du piège, donnée par R , les deux paramètres principaux qui interviennent sont la fréquence rf et le gradient magnétique. En effet, à l'ordre zéro en ϵ , $R \propto \omega_{rf}/b'$. Une fois que ω_{rf} et b' ont été choisis, les fréquences horizontales sont pratiquement fixées. En fait, dans le cas d'une polarisation linéaire, $\omega_{x'}$ ne dépend que de la valeur de R , et $\omega_{y'}$ (ou ω_r si la polarisation est circulaire) dépend peu de Ω_0 .

La fréquence d'oscillation verticale, qui a la même expression pour les deux types de polarisation ici considérées, ne dépend pas de ω_{rf} . Ceci est très intéressant parce que ω_{rf} pourra être utilisée pour le choix des fréquences horizontales sans influencer la fréquence verticale. À l'ordre zéro en ϵ , $\omega_z \propto b'/\sqrt{\Omega_0}$. Pour augmenter la fréquence verticale, nous pouvons alors augmenter le gradient magnétique et/ou diminuer le couplage rf.

Si on veut augmenter l'anisotropie du piège, c'est-à-dire diminuer le rapport entre les fréquences horizontales et verticale, on peut par exemple augmenter le gradient magnétique et la fréquence rf proportionnellement. Cela garde R à une valeur quasi constante (ainsi que les fréquences horizontales), et fait croître ω_z . Une augmentation plus grande de ω_{rf} diminuerait encore plus les fréquences horizontales, augmentant l'anisotropie du piège. Une diminution du couplage rf aurait le même effet en provoquant une augmentation de ω_z .

La possibilité de jouer indépendamment sur ces trois paramètres nous donne une grande flexibilité dans le choix des caractéristiques du piège, nous permettant d'explorer les régimes 2D et 3D. En plus, le choix de la polarisation de la radiofréquence nous permet de construire un piège à symétrie cylindrique ou asymétrique dans le plan horizontal. L'axe d'asymétrie peut aussi être contrôlé avec le choix de l'amplitude rf sur chaque voie (x et y). Toutes ces possibilités ont été exploitées pendant ma thèse, surtout lors de l'étude des modes collectifs au chapitre 5

4.2.4 Pertes Landau-Zener

Un atome se déplaçant dans le piège habillé voit un champ magnétique effectif qui change de direction dans l'espace. Le spin atomique doit suivre adiabatiquement ce changement, sinon l'atome peut être perdu du piège par un basculement de spin. Ce phénomène connu sous le nom des transition Landau-Zener [131] est l'analogie des

transitions Majorana au voisinage du zéro d'un piège magnétique.

Les pertes sont plus probables pour les trajectoires transverses à la région du croisement évité, où le champ magnétique effectif varie de façon plus abrupte et l'écart d'énergie entre les états habillés est le plus faible. Dans notre cas, cela correspond à la direction verticale. Pour un nuage thermique tridimensionnel, la probabilité de transition non adiabatique entre deux états habillés pour un atome de vitesse transverse v_z peut s'écrire [132] :

$$P_{LZ} = 1 - \left[1 - \exp \left[-\frac{\pi}{2} \frac{\Omega_0^2}{|\dot{\delta}_E|} \right] \right]^{2F} \simeq 2F \exp \left[-\frac{\pi}{2} \frac{\Omega_0^2}{|\dot{\delta}_E|} \right], \quad (4.17)$$

où $\hbar\dot{\delta}_E$ est la variation temporelle de l'écart en énergie entre les deux états. L'approximation est valable si $P_{LZ} \ll 1$. Dans notre cas, $|\dot{\delta}_E| = v_z \alpha$ et $F = 1$, donc :

$$P_{LZ} \simeq 2 \exp \left[-\frac{\pi}{2} \frac{\Omega_0^2}{v_z \alpha} \right]. \quad (4.18)$$

De façon générale, on doit tenir compte de la distribution de la vitesse v_z dans le gaz et moyenner la probabilité P_{LZ} sur cette distribution pour calculer le taux de transitions Landau-Zener Γ_{LZ} . Pour simplifier le raisonnement, on peut prendre une vitesse effective pour v_z et le taux de transition est alors proportionnel à cette probabilité. Comme un atome traverse l'anti-croisement deux fois par période, le taux de transition est proportionnel à $\omega_z P_{LZ}$, et il doit varier avec le couplage rf et le gradient magnétique comme :

$$\Gamma_{LZ} \propto \frac{b'}{\sqrt{\Omega_0}} \exp \left[-C \frac{\Omega_0^2}{b'} \right], \quad (4.19)$$

où C est une constante.

Pour des atomes dans l'état fondamental transverse, une estimation du taux de pertes par transitions Landau-Zener a été faite par O. Zobay et B. M. Garraway [133] :

$$\Gamma_{2D} \simeq 2F \frac{\omega_z}{\pi} \exp \left[-\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \frac{\Omega_0}{\omega_z} \right] \propto \frac{b'}{\sqrt{\Omega_0}} \exp \left[-C' \frac{\Omega_0^{3/2}}{b'} \right]. \quad (4.20)$$

Cette expression rappelle le taux de pertes non adiabatiques dans un piège magnétique avec un minimum de champ B_{min} , qui joue alors le rôle de Ω_0 [134]. Les deux modèles présentés ici seront comparés à nos résultats dans la section 4.3.2.3.

4.3 Réalisation expérimentale

Cette section est dédiée à la réalisation expérimentale du piège quadrupolaire habillé dans le régime 3D, point de départ pour toutes les expériences qui nous réalisons dans ce piège. Par simplicité, nous allons considérer le cas d'un champ radiofréquence polarisé linéairement selon y , cependant la procédure de chargement du piège habillé reste inchangée pour les autres états de polarisation. Dans une première partie, je donnerai des détails sur le transfert d'un condensat du piège bouché au piège habillé à bas gradient magnétique. Je présenterai ensuite la caractérisation du piège, comprenant les mesures des fréquences d'oscillation, de durée de vie et chauffage.

4.3.1 Transfert

La phase d'habillage des atomes a lieu après la production du condensat dans le piège quadrupolaire bouché. Le transfert entre ces deux pièges a lieu à bas gradient magnétique et comprend trois étapes :

1. Allumage du champ radiofréquence à une fréquence plus faible que celle correspondant au fond du piège bouché,
2. Rampe sur la fréquence d'habillage jusqu'à une certaine valeur,
3. Diminution de la puissance du faisceau bouchon jusqu'à zéro à un instant optimisé.

Après le transfert des atomes dans le piège habillé, nous pouvons modifier le gradient magnétique et la fréquence d'habillage selon les expériences envisagées. La figure 4.1a illustre le processus de chargement des atomes dans le piège habillé. Au début, ils sont dans le piège bouché proche du point A . On allume le champ radiofréquence en dessous de la résonance (ellipsoïde intérieur) et lentement on augmente la fréquence rf pour attraper les atomes quand elle croise la résonance (ellipsoïde pointillé). On continue à augmenter la fréquence rf, et par conséquent le rayon de l'ellipsoïde, en éloignant de plus en plus les atomes du bouchon optique. À la fréquence finale (ellipsoïde extérieur), les atomes se situent au point B , à une distance R du centre.

Typiquement, on part d'un nuage contenant 2×10^5 atomes à la température de 250 nK avec une fraction condensée de 60%. Son image après un temps de vol de 25 ms est montré dans la figure 4.1b. Le condensat est dans le piège bouché avec un gradient magnétique de $55,4 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$ et une profondeur de puits de 250 kHz. Lors de nos premières procédures pour habiller les atomes, nous avons utilisé un champ radiofréquence polarisé linéairement selon y avec $\Omega_0 = 2\pi \times 40 \text{ kHz}$. Il était balayé linéairement de 175 à 600 kHz en 75 ms, tandis que le faisceau bouchon était coupé en 50 ms. Quand la fréquence rf croise la résonance à 250 kHz, les atomes sont transférés vers le plus haut des états habillés et ils suivent cet état de façon adiabatique lorsque la fréquence rf continue à augmenter. Les atomes restent piégés dans la surface isomagnétique de rayon croissant, jusqu'à atteindre leur position finale à $R = 77 \mu\text{m}$.

L'efficacité de transfert de cette procédure est d'environ 80%, permettant d'obtenir à la fin un nuage habillé d'environ $1,6 \times 10^5$ atomes dont l'image après un temps de vol de 25 ms est présentée dans la figure 4.1c. Le caractère confinant du piège suivant z se traduit par l'anisotropie que nous pouvons observer dans le nuage. Cependant le gaz reste tridimensionnel dans ces conditions, à bas gradient magnétique. Pendant toute la durée du transfert, nous pouvons ajouter un deuxième champ radiofréquence plus faible à 680 kHz pour limiter la profondeur du piège et rendre possible le refroidissement par évaporation. En modifiant la fréquence de ce champ, on peut ajuster la température final du gaz et la fraction condensée entre 0 et presque 1.

On peut aussi prendre une image après temps de vol du type Stern-Gerlach du nuage habillé. Le champ rf est alors coupé 1 ms avant le champ statique, en projetant les atomes sur les trois sous niveaux Zeeman $m_F = -1, 0$ ou 1 dans la proportion approximative $1/4 : 1/2 : 1/4$ qui correspond à la résonance. L'atome dans chaque sous niveau voit un potentiel magnétique et est accéléré différemment. Le sous niveau $|0\rangle$

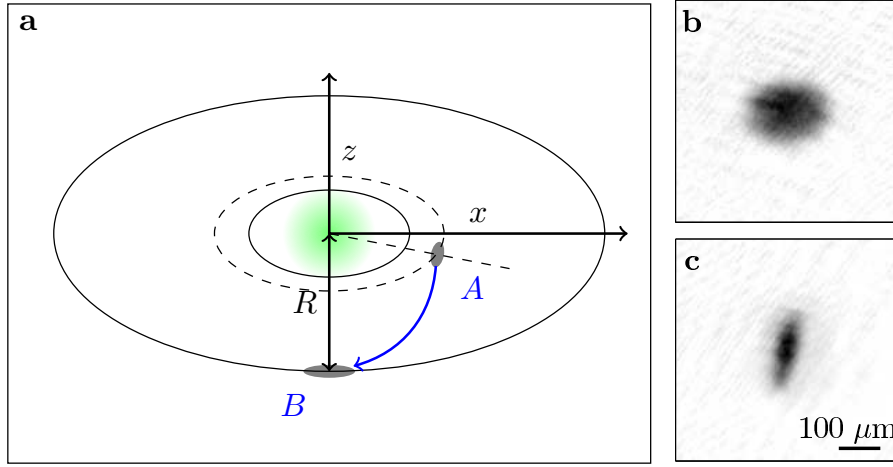


Figure 4.1 — (a) Illustration du chargement du piège habillé (point B) à partir des atomes dans le piège quadrupolaire bouché (point A). Le champ radio-fréquence est allumé en dessous de la résonance (ellipsoïde intérieur), et est graduellement augmenté en faisant croître le rayon de la bulle. Lors de son passage à travers la résonance (bulle pointillée), les atomes sont attrapés. La fréquence rf continue à augmenter jusqu'à atteindre sa valeur finale (ellipsoïde extérieur). À cause de la gravité, les atomes tombent au fond de l'ellipsoïde au point B , à une distance R du centre donné par l'équation (4.10). (b) Image des atomes relâchés du piège bouché initial au point A . (c) Image des atomes relâchés du piège quadrupolaire habillé en B . L'anisotropie est renversée, le piège final étant plus confinant dans la direction verticale.

(a) : Sketch of the rf-dressed trap loading procedure. Starting from a plugged quadrupole trap with the atoms trapped near A , we switch on an rf dressing field at a frequency below resonance (inner ellipsoid) and slowly ramp up the rf frequency to catch the atoms when it crosses resonance (dashed ellipsoid). If the rf frequency is increased further, the isomagnetic ellipsoid radius increases as well and the atoms don't feel the plug beam any longer. They fall to the bottom B , at a distance R from the centre given by Eq. (4.10). The grey shaded areas indicate schematically the atomic cloud in the initial and final traps (not to scale). (b) and (c) : Absorption imaging of the condensate after a 25-ms time-of-flight. The probe beam propagates along y . (b) : Atoms released from the initial plugged trap at A . (c) : Atoms released from the dressed quadrupole trap at B . The anisotropy is reversed, the final trap being tighter in the vertical direction.

ne subit pas d'accélération, $|-1\rangle$ est accéléré vers le haut et $|1\rangle$ est accéléré vers le bas. Après un temps de vol de 24 ms, les trois nuages formés sont séparés spatialement.

L'inconvénient de la procédure de transfert décrite ci-dessus est qu'elle n'est pas adiabatique et excite des oscillations horizontales du nuage, surtout selon l'axe x . Nous avons alors cherché à les minimiser.

Minimisation des oscillations

Dans le but de minimiser les oscillations du nuage lors de son transfert vers le piège habillé, nous avons observé la trajectoire *in situ* du nuage à l'aide d'un système d'imagerie vertical qui permet de regarder les atomes par dessus. Ce système est présenté en détail dans l'annexe A. Avant l'optimisation du transfert, la trajectoire ressemblait à celle de la figure 4.4(b), la distance maximale au centre du piège atteignant $60\text{ }\mu\text{m}$. Nous avons réussi à réduire cette distance à $6\text{ }\mu\text{m}$ en coupant le transfert des atomes vers le piège habillé en deux étapes :

1. Étape rapide où la radiofréquence évolue linéairement de 175 à 770 kHz en 75 ms,
2. Étape plus lente où la radiofréquence atteint 1,2 MHz en 225 ms.

Le rayon R à la fin de chaque étape est $99\text{ }\mu\text{m}$ et $154\text{ }\mu\text{m}$ respectivement. Le processus dure 300 ms au total. Après les premiers 50 ms d'habillage (c'est-à-dire pour $\nu_{rf} \approx 400\text{ kHz}$), on envoie une instruction au module haute tension qui commande la cellule Pockels (voir §2.3.2.1) pour diminuer la puissance du faisceau bouchon. Comme la constante de temps de coupure est limitée par ce module, à la fin de l'habillage la puissance du bouchon vaut 59% de la puissance initiale. À ce moment, on utilise un switch pour couper brutalement le faisceau sans néanmoins affecter les atomes habillés, qui sont suffisamment éloignés.

Après le transfert des atomes dans le piège habillé, nous pouvons modifier les caractéristiques du piège par des rampes sur le gradient magnétique, la fréquence d'habillage, la fréquence de Rabi et la polarisation de la radiofréquence. Ces rampes peuvent être adiabatiques pour charger un gaz en équilibre dans un nouveau piège, ou peuvent se faire rapidement si l'on souhaite exciter le nuage. En particulier, j'aborderai à la fin de ce chapitre les modifications à apporter au piège pour produire un gaz 2D, et dans le chapitre 5 les rampes d'excitation que nous avons utilisées pour exciter des modes collectifs de façon optimale.

Rôle du plug

Nous avons constaté que la réussite du chargement d'un condensat dans le piège habillé dépend fortement de la position du bouchon optique, laquelle détermine la position initiale du condensat. En fait, comme la position du piège habillé est plus basse que celle du piège bouché, pour minimiser le trajet entre ces deux pièges et les excitations qu'en résultent, il est souhaitable de produire un condensat initial le plus bas possible. Pour cela, il faut placer le faisceau bouchon le plus haut possible, de manière à avoir toujours un condensat dans le piège bouché.

4.3.2 Caractérisation

Je présente dans la suite quelques mesures réalisées dans le piège quadrupolaire habillé et les méthodes que nous avons utilisées pour le caractériser. Nous verrons que les expressions théoriques des fréquences d'oscillation données plus haut sont en bon accord avec nos mesures expérimentales, en lesquelles nous pouvons alors avoir

confiance. Ces expressions serviront d'outil pratique pour connaître le piège à partir des valeurs auxquelles nous avons accès facilement : b' , ν_{rf} et Ω_0 .

4.3.2.1 Rayon de la bulle

Dans un premier temps, nous avons étudié comment la position du piège R varie avec la fréquence d'habillage ν_{rf} , afin de vérifier la validité de la formule (4.10).

Pour cela, après le transfert des atomes dans le piège habillé, on rampe adiabatiquement ν_{rf} jusqu'à une valeur finale entre 2 et 10 MHz. On garde le gradient magnétique constant égal à $b' = 55,4 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$. Nous attendons une relation linéaire entre R et ν_{rf} . D'après les relations (4.4) et (4.10)

$$\frac{dR}{d\nu_{rf}} = \frac{\pi}{\alpha}, \quad (4.21)$$

avec $\pi/\alpha = 0,127 \text{ mm}\cdot\text{MHz}^{-1}$.

Nous ne mesurons pas directement la distance R du gaz au point de champ magnétique nul, parce que nous n'avons pas la résolution nécessaire avec notre système d'imagerie horizontale. En fait, le nuage est relâché du piège et après 25 ms de temps de vol sa position verticale z est enregistrée en fonction de la fréquence rf, voir la figure 4.2.

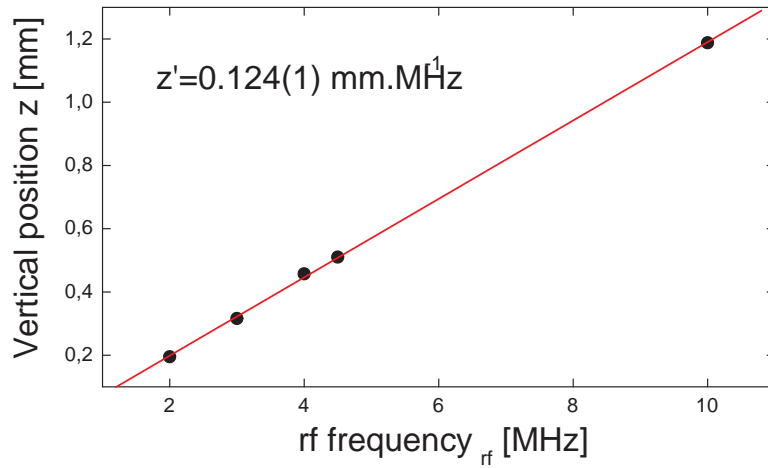


Figure 4.2 — Position verticale du gaz après temps de vol mesurée à différentes valeurs de la fréquence d'habillage. La courbe permet de mesurer la variation relative de R avec ν_{rf} .

Cloud vertical position after time of flight as a function of the rf frequency. This curve allows us to deduce the relative variation of R with respect to ν_{rf} .

La variation relative de z avec ν_{rf} est alors équivalente à celle de R . On observe que

les points sont bien ajustées par une droite, dont la pente vaut $z' = 0,124(1) \text{ mm} \cdot \text{MHz}^{-1}$, ce qui est en accord avec la valeur attendue compte tenu des barres d'erreur.

4.3.2.2 Fréquences d'oscillations

Les fréquences d'oscillation du piège sont mesurées en enregistrant la position du centre de masse du nuage en fonction du temps après avoir excité une oscillation dipolaire. Dans la direction verticale, l'excitation est induite par une légère modification non adiabatique du rayon R de la bulle. Prenons comme exemple une mesure dans le piège habillé habituel après le transfert des atomes, c'est-à-dire $\omega_{rf} = 2\pi \times 1,2 \text{ MHz}$ et $b' = 55,4 \text{ G} \cdot \text{cm}^{-1}$. L'excitation dans ce cas se fait en modifiant légèrement la fréquence d'habillage du processus de chargement à $\omega_{rf} + 2\pi \times 10 \text{ kHz}$, puis en ajoutant une étape qui dure typiquement $50 \mu\text{s}$ pendant laquelle cette fréquence est ramenée à ω_{rf} . Cela induit une diminution du rayon de la bulle d'environ $1,3 \mu\text{m}$. Notons que l'inverse de la durée d'excitation, 20 kHz , est grande devant les fréquences typiques selon z , qui varient entre $0,4$ et 3 kHz .

La position du nuage est repérée après un temps de vol de 25 ms . La courbe obtenue est montrée dans la figure 4.3(a), où les données expérimentales (points noirs) sont ajustées à une fonction sinusoïdale (ligne rouge). La fréquence mesurée est $\nu_z = 427 \pm 1 \text{ Hz}$.

La fréquence d'oscillation verticale dépend du gradient magnétique et de la fréquence de Rabi, formule (4.11c). Pour confirmer la valeur mesurée avec cette formule, il faut d'abord connaître la fréquence de Rabi $\Omega_0/(2\pi)$, laquelle peut prendre des valeurs entre 4 et 50 kHz dans notre expérience. La fréquence de Rabi peut être mesurée avec une résolution de $0,5 \text{ kHz}$ par spectroscopie. On ajoute une sonde radiofréquence de faible intensité qui couple les états habillés pendant une durée fixe, de l'ordre de la centaine de milliseconde. Le nombre d'atomes restant dans le piège est enregistré en fonction de la fréquence de la sonde et, pour une spectroscopie à basse fréquence, une résonance apparaît à la fréquence de Rabi¹.

La courbe de spectroscopie obtenue dans les mêmes conditions montrée à la figure 4.3(b). Un ajustement lorentzien des données pour cibler la résonance donne $\Omega_0 = 2\pi \times 35,0 \pm 0,2 \text{ kHz}$. En utilisant l'équation (4.11c), la fréquence verticale attendue à partir de cette valeur de couplage est 423 Hz , en bon accord avec la mesure expérimentale.

La détermination des deux fréquences horizontales peut se faire simultanément en excitant les oscillations dipolaires horizontales², et en enregistrant la position du centre du nuage dans le plan xy en fonction du temps avec notre imagerie verticale³.

1. Pour une spectroscopie à haute fréquence, deux résonances apparaissent aux valeurs $\omega_{rf} + \Omega_0$ et $\omega_{rf} - \Omega_0$ [135].

2. On rappelle qu'une petite oscillation d'amplitude $6 \mu\text{m}$ persiste après le transfert optimisé des atomes dans le piège habillé.

3. Nous avons essayé d'exciter de façon paramétrique le piège, afin de mesurer les deux fréquences horizontales en « regardant par le côté » avec notre imagerie horizontale. La méthode marche si l'anisotropie dans le plan est supérieur à $2,5\%$, mais elle ne nous a pas permis une mesure suffisamment précise pour distinguer les deux fréquences quand elles sont plus proches.

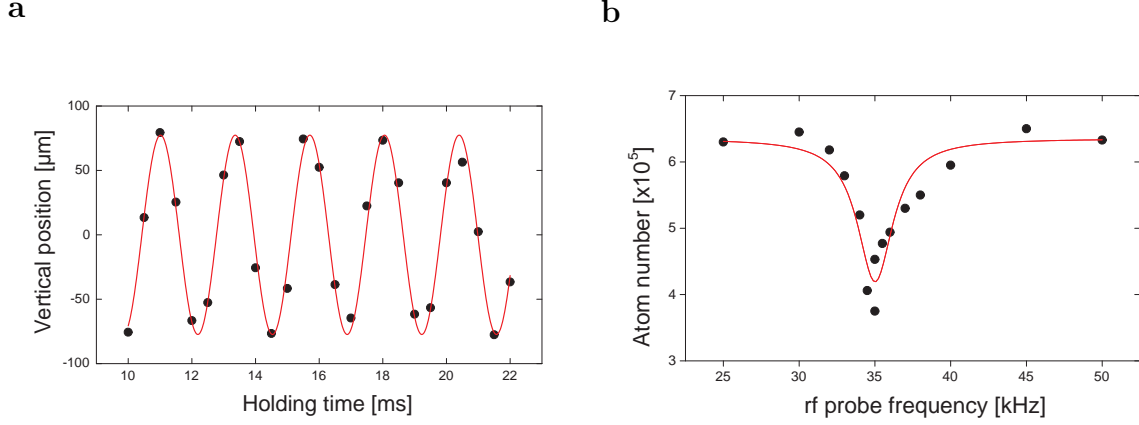


Figure 4.3 – (a) Oscillation dipolaire selon z dans le piège habillé à gradient magnétique faible, mesuré après 25 ms de temps de vol. Les paramètres du piège sont : $\omega_{rf} = 2\pi \times 1,2$ MHz et $b' = 55,4$ G \cdot cm $^{-1}$. Les données expérimentales sont ajustées à une courbe sinusoïdale, ligne rouge, qui donne $\nu_z = 427 \pm 1$ Hz. (b) Spectroscopie rf du piège quadrupolaire habillé dans les mêmes conditions. La ligne rouge est un ajustement lorentzien des données, dont on déduit la fréquence de Rabi $\Omega_0 = 2\pi \times 35,0 \pm 0,2$ kHz.

(a) Dipolar oscillation along z in the low magnetic gradient dressed trap, measured after a 25 ms time-of-flight. The trap parameters are : $\omega_{rf} = 2\pi \times 1,2$ MHz and $b' = 55,4$ G \cdot cm $^{-1}$. The red solid line is a sinusoidal fit to the experimental data and gives $\nu_z = 427 \pm 1$ Hz. (b) rf spectroscopy in the dressed quadrupole trap in the same conditions. The solid line is a Lorentzian fit to the data, from which we deduce a Rabi coupling of $\Omega_0 = 2\pi \times 35,0 \pm 0,2$ kHz.

Les oscillations d'un gaz habillé dans le plan xy sont montrées à la figure 4.4(a), et sa trajectoire est dans la partie (b) de la figure. Les paramètres du piège sont $b' = 216$ G \cdot cm $^{-1}$, $\omega_{rf} = 2\pi \times 3$ MHz et $\Omega_0 = 2\pi \times 21,8$ kHz, et la polarisation de la radiofréquence est circulaire. Les fréquences mesurées sont $24,7 \pm 0,1$ Hz et $25,3 \pm 0,1$ Hz, ce qui représente une anisotropie de 2,4%. La fréquence attendue d'après l'expression (4.16a) dans un piège isotrope avec ces paramètres est 24,4 Hz. On note que les oscillations peuvent être observées pendant une demi seconde sans signe d'amortissement, ce qui révèle l'excellente harmonicité du piège quadrupolaire habillé.

4.3.2.3 Durée de vie et chauffage

Nous nous intéressons dans la suite à la durée de vie des atomes habillés. Contrairement au cas du piège quadrupolaire bouché, la durée de vie dans le piège habillé n'est pas limitée par des pertes Majorana. D'autres phénomènes entrent en jeu comme l'évaporation par les trous (points de couplage nul) et les pertes Landau-Zener. L'évaporation par les trous dépend directement du rayon R de la bulle isomagnétique, donc du rapport ω_{rf}/b' , tandis que les pertes Landau Zener dépendent de b' et de Ω_0 .

Nous avons d'abord mesuré la durée de vie des atomes à rayon constant $R = 77$ μ m

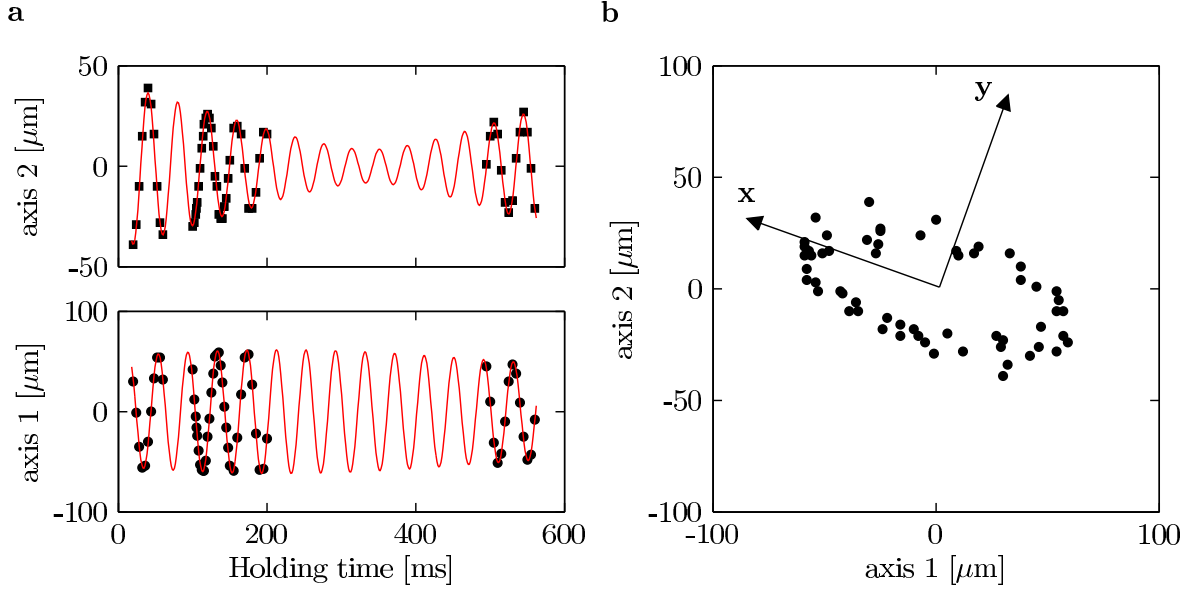


Figure 4.4 — Oscillations dipolaires horizontales dans le piège quadrupolaire habillé. Les données expérimentales sont $b' = 216 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$, $\omega_{rf} = 2\pi \times 3 \text{ MHz}$ et $\Omega_0 = 2\pi \times 21,8 \text{ kHz}$, ce qui correspond à $R = 99,4 \mu\text{m}$ et à une fréquence horizontale de $24,4 \text{ Hz}$ pour un piège isotrope. Les axes 1 et 2 correspondent à l'orientation des pixels de la caméra. (a) Les deux fréquences mesurées $24,7 \pm 0,1 \text{ Hz}$ et $25,3 \pm 0,1 \text{ Hz}$ sont déterminées par un ajustement simultané de la position du centre du nuage selon les axes x et y par la somme de deux sinusoides (trait plein). Aucun amortissement n'est observé. (b) Trajectoire du centre de masse du nuage sur le plan horizontal xy .

Horizontal dipolar oscillation in the dressed quadrupole trap. The experimental parameter are $b' = 216 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$, $\omega_{rf} = 2\pi \times 3 \text{ MHz}$ and $\Omega_0 = 2\pi \times 21.8 \text{ kHz}$, corresponding to $R = 99.4 \mu\text{m}$ and a calculated horizontal frequency for an isotropic trap of 24.4 Hz . The axes 1 and 2 correspond to the camera pixel array orientation. (a) The two measured frequencies of $24.7 \pm 0.1 \text{ Hz}$ and $25.3 \pm 0.1 \text{ Hz}$ are determined by a simultaneous fit of the position of the cloud center along the x and y axes, with the sum of two sinusoids (solid line). No damping is observable. (b) Trajectory of the centre of mass in the horizontal xy plane.

pour quatre configurations. Le gradient magnétique a été varié entre $55,4 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$ et le gradient magnétique maximal $216 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$, et la fréquence rf a été variée proportionnellement entre 600 kHz et $2,336 \text{ MHz}$. Les résultats des mesures en fonction du gradient magnétique sont présentés à la figure 4.5.

On note une décroissance de la durée de vie avec b' , ajustée empiriquement par une exponentielle dans la figure. On note aussi que pour le gradient le plus faible, la durée de vie dépasse 4 minutes, une valeur remarquable ! Cela contraste avec la durée de vie de 20 s mesurée dans le piège bouché avec le même gradient magnétique, limité par les pertes Majorana. Dans le piège habillé, les pertes Landau-Zener sont négligeables dans cette configuration. Ce sont les collisions avec le gaz résiduel le facteur limitant pour

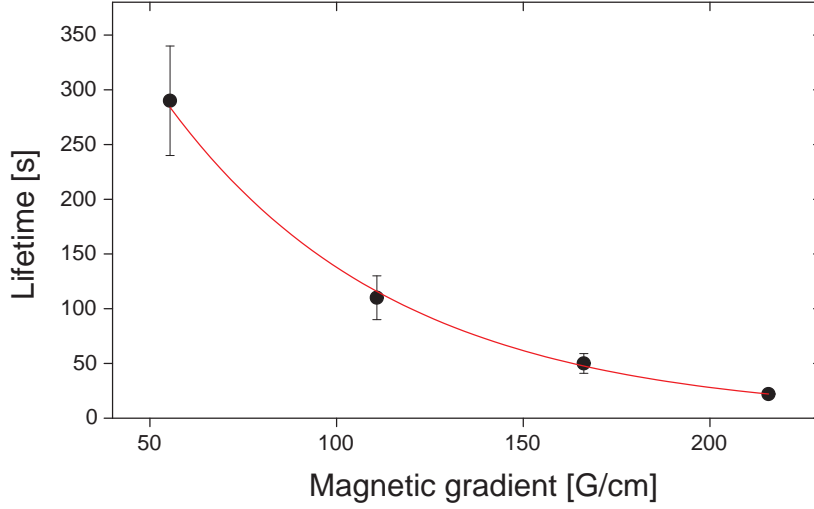


Figure 4.5 — Durée de vie dans le piège habillé mesurée en fonction du gradient magnétique et à rayon constant $R = 77 \mu\text{m}$. La courbe rouge est un ajustement exponentiel empirique des données.

Lifetime in the dressed trap measured as a function of the magnetic gradient at constant radius $R = 77 \mu\text{m}$. The red line is a empirical exponential fit of the data.

la durée de vie. À plus fort gradient, nous voyons un effet des pertes Landau-Zener, et la durée de vie au gradient maximal tombe à $22 \pm 2 \text{ s}$. La fréquence de Rabi pour ces données était comprise entre 42 et 37 kHz, mais nous ne connaissons pas sa valeur exacte pour tous les points.

En répétant cette expérience à un rayon plus petit, nous espérons observer le même comportement mais avec des durées de vie plus faibles à cause d’une évaporation par les trous plus importante. En appui à cette affirmation, une mesure effectuée à $R = 40 \mu\text{m}$ au plus fort gradient donne une durée de vie de $8 \pm 1 \text{ s}$, presque trois fois plus petite que la valeur obtenue précédemment au même gradient magnétique.

Dans une deuxième série de mesures, nous avons regardé l’évolution temporelle de la température atomique dans un piège habillé à rayon constant, $R = 154 \mu\text{m}$, en variant le couplage rf. À cette valeur du rayon, l’évaporation par les trous est négligeable. Cette expérience a été réalisée à gradient magnétique et fréquence d’habillage constants : $b' = 55,4 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$ et $\nu_{rf} = 1,2 \text{ MHz}$. La fréquence de Rabi a été varié entre 4 et 26 kHz. Les courbes obtenues sont montrées à la figure 4.6.

De façon surprenante, on observe une diminution de la température pour $4 \leq \Omega_0 \leq 9,5 \text{ kHz}$. Cela peut être expliquée par une durée de vie qui dépend de l’énergie cinétique de l’atome⁴. Les atomes les plus chauds ont une durée de vie plus petite et sont perdus avant, laissant le gaz qui reste piégé se refroidir. Cela n’est plus valable à plus fort

4. Barry Garraway, communication privée, juillet 2013.

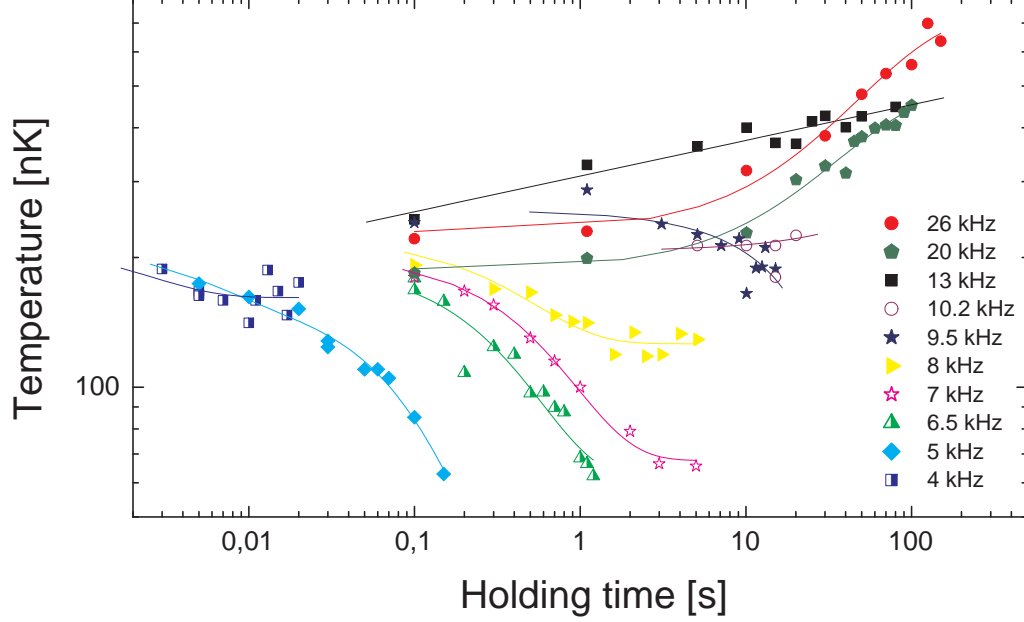


Figure 4.6 — Évolution temporelle de la température atomique dans un piège habillé à rayon constant $R = 154 \mu\text{m}$. Les données (symboles) ont été prises à plusieurs valeurs de fréquence de Rabi. Les lignes servent seulement de guide pour les yeux.

Temporal evolution of the atomic temperature in a dressed trap at constant radius $R = 154 \mu\text{m}$. The data (symbols) were taken for different values of the Rabi frequency. The solid lines are just a guide to the eye.

couplage. Pour $\Omega_0 > 10,2 \text{ kHz}$, la température augmente avec le temps et atteint un taux de chauffage de $3 \text{ nK}\cdot\text{s}^{-1}$. Ce faible chauffage résiduel du piège peut être expliqué par des sources de bruit dans le champ magnétique et le champ radiofréquence.

Dans une dernière série de mesures, nous avons cherché des combinaisons entre le gradient magnétique et le couplage rf conduisant à une même durée de vie, afin de déduire la relation entre ces deux paramètres. Cette mesure permet de comparer les deux modèles présentés plus haut, équations (4.19) et (4.20), sur les transitions Landau-Zener. Dans cette expérience, nous avons gardé $\nu_{rf} = 1,2 \text{ MHz}$. La durée de vie prise était de $5,5 \pm 0,6 \text{ s}$ où l'erreur se réfère à l'écart type des données. La figure 4.7 présente le gradient magnétique en fonction du couplage.

On a ajusté les données avec une fonction du type :

$$b'(\Omega_0) = A\Omega_0^p, \quad (4.22)$$

d'où on extrait $p = 1,34 \pm 0,03 \approx 4/3$. Cela veut dire que la loi régissant la perte d'atomes ici dépend du paramètre $\Omega_0^{4/3}/b'$. Ce résultat ne colle ni avec la prédiction

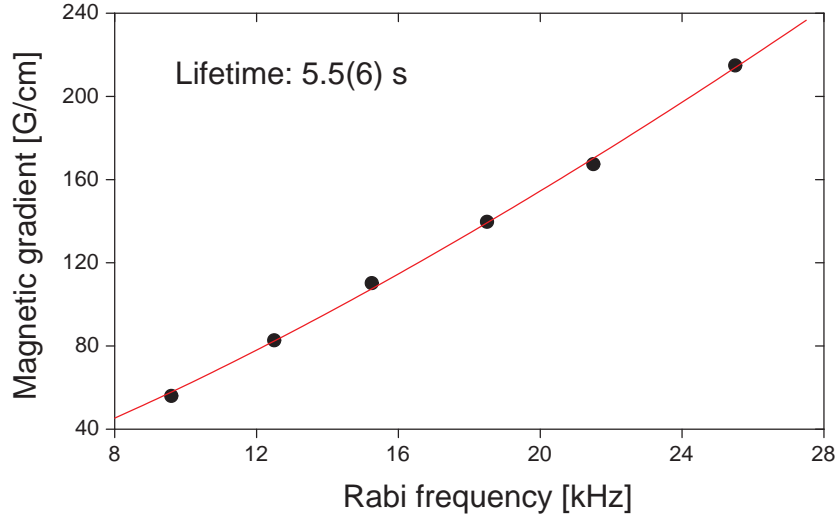


Figure 4.7 — Relation entre le gradient magnétique et la fréquence de Rabi pour obtenir une durée de vie constante de $5,5 \pm 0,6$ s. On ajuste les données avec une fonction allométrique $b' \propto \Omega_0^p$. On en déduit $p = 1,34 \pm 0,03 \approx 4/3$.

This curve shows the relation between the magnetic gradient and the Rabi frequency in order to obtain the same lifetime of $5,5 \pm 0,6$ s. We fit the data with a allometric function $b' \propto \Omega_0^p$. We deduce $p = 1,34 \pm 0,03 \approx 4/3$.

$p = 2$ du modèle Landau-Zener à 3D ni avec la prédiction $p = 3/2$ du modèle à 2D, pour l'état fondamental. On remarque que le rayon dans cette dernière expérience n'a pas été gardé constant, puisque il varie avec $1/b'$. Alors, l'évaporation par les trous entre en jeu, notamment à fort gradient, et il devient difficile de comparer nos données avec un modèle simplifié. En plus, dans une situation réelle la durée de vie d'un gaz atomique dépend en général du temps, et décrire le phénomène avec une seule constante de temps constitue une approximation. Seule une simulation numérique tenant compte de tous les effets possibles pourrait se comparer à nos résultats.

4.4 Production d'un gaz quasi-2D

Nous avons vu dans la section précédente que nous sommes capables de produire des nuages naturellement très anisotropes dans le piège quadrupolaire habillé. Dans cette section je présenterai comment on peut atteindre le régime quasi-2D en jouant avec les paramètres expérimentaux.

4.4.1 Gaz quasi-2D dans le piège habillé

Dans notre expérience, nous tirons parti de l'anisotropie naturelle du piège quadrupolaire habillé et de sa souplesse pour produire des nuages fortement confinés dans la direction z . Comme nous l'avons discuté au §4.2.3, une manière efficace d'accentuer l'anisotropie du piège est d'augmenter simultanément le gradient magnétique et la fréquence rf. Si le changement est proportionnel pour les deux quantités et est réalisé à couplage constant⁵, le rayon du piège reste constant. Cela résulte en une augmentation de la fréquence verticale sans changer les fréquences horizontales, le rapport des fréquences variant comme $1/b'$. Le nuage est alors simplement comprimé dans la direction verticale, et pour cette raison nous appelons cette procédure la « compression ».

La procédure de compression est appliquée une fois les atomes transférés dans le piège habillé de départ à $\omega_{rf} = 2\pi \times 1,2$ MHz et $b' = 55,4$ G·cm⁻¹, comme cela est décrit dans la partie §4.3.1. En pratique, le rayon du piège n'est pas toujours gardé constant pendant la compression, et cela pour deux raisons. La première est la possibilité d'exploiter une variété de pièges à gradient magnétique maximal $b' = 216$ G·cm⁻¹ sans nous limiter à $\omega_{rf} = 2\pi \times 4,7$ MHz. La deuxième raison est technique : pour assurer le suivi du spin atomique lors d'une rampe discrète sur ω_{rf} , le saut de fréquence ne doit pas excéder 400 Hz. Or le nombre de points de mémoire produits par le synthétiseur responsable de la rampe d'habillage (chargement et compression) est fixé à 2×10^4 , et cela nous amène à limiter la durée de la rampe de compression⁶ à 100 ms. Cependant, nous avons constaté expérimentalement que le nuage atomique est moins excité après la compression si la rampe sur le gradient magnétique dure au moins 300 ms. C'est pourquoi la rampe sur la fréquence rf est plus courte et se termine avant celle sur le gradient magnétique.

On peut atteindre des fréquences d'oscillation très grandes dans le piège habillé comprimé à gradient maximal. Pour une fréquence rf de 2,336 MHz, on obtient $\nu_z = 1,93 \pm 0,01$ kHz — mesurée par excitation dipolaire comme décrit au §4.3.2.2 et corrigée de l'amplitude d'oscillation — voir figure 4.8(a). Une spectroscopie du piège donne $\Omega_0 = 27,7 \pm 0,1$ kHz, figure 4.8(b). En utilisant la formule (4.11c) avec cette valeur de fréquence de Rabi, on obtient $\nu_z = 1,950 \pm 0,004$ kHz qui est en bon accord avec la mesure expérimentale directe. Comme la mesure de la fréquence verticale peut dépendre de l'amplitude d'oscillation (effets d'anharmonicité), nous faisons confiance plutôt à la détermination de la fréquence de Rabi par spectroscopie suivie du calcul de ν_z par l'équation (4.11c). La fréquence radiale pour ce piège calculée à partir de l'équation (4.16a) est $\nu_r = 27$ Hz.

Une compression adiabatique du nuage est accompagnée d'une augmentation de température. Pour la limiter, on applique un couteau d'évaporation 64 kHz au-dessus de la fréquence d'habillage pendant l'étape de compression. Cela conduit à un refroidissement par évaporation et nous permet de préparer de nuages dégénérés quasi-purs contenant typiquement 2×10^4 atomes, voir la figure 4.9. La valeur du couteau dé-

5. En pratique, une légère diminution du couplage accompagne l'augmentation de la fréquence rf, ce qui va dans le sens de rendre encore plus anisotrope le piège.

6. L'intervalle de temps entre deux points est constant, et la durée de la rampe de chargement est de 300 ms.

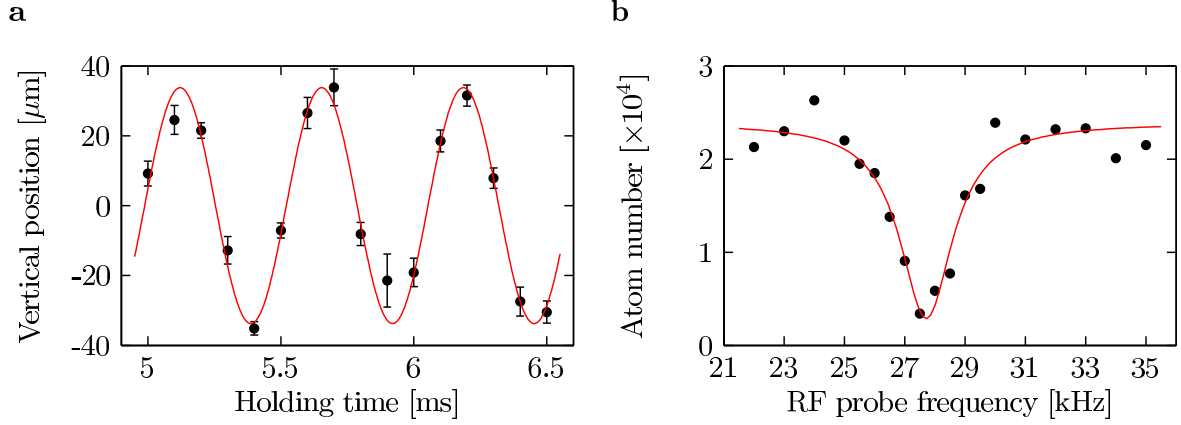


Figure 4.8 — (a) Oscillation dipolaire selon z dans le piège habillé comprimé, mesuré après 25 ms de temps de vol. Chaque point est la moyenne de trois mesures, et les barres d'erreur estiment l'incertitude statistique. Les données expérimentales sont ajustées à une courbe sinusoïdale, ligne rouge, qui donne $1,88 \pm 0,01$ kHz. Des données similaires ont été prises à plusieurs amplitudes d'oscillation, conduisant à $\nu_z = 1,93 \pm 0,01$ kHz, valeur corrigée pour une amplitude nulle. (b) Spectroscopie rf du piège quadrupolaire habillé dans les mêmes conditions. La ligne rouge est un ajustement lorentzien des données, dont on déduit la fréquence de Rabi $\Omega_0 = 2\pi \times 27,7 \pm 0,1$ kHz.

(a) : Dipolar oscillation along z in the compressed trap, measured after a 25-ms time-of-flight. Each point is the average of three measurements and the error bars estimate the statistical uncertainty. The solid line is a sinusoidal fit to the experimental data and gives $1,88 \pm 0,01$ kHz. Similar data taken with different oscillation amplitudes yield an oscillation frequency of $\nu_z = 1,93 \pm 0,01$ kHz, corrected for the oscillation amplitude. (b) rf spectroscopy in the dressed quadrupole trap in the same conditions. The solid line is a Lorentzian fit to the data. From this measurement we deduce a Rabi coupling of $\Omega_0 = 2\pi \times 27,7 \pm 0,1$ kHz.

termine la température du gaz et peut évidemment être ajustée. Avec les paramètres mentionnés et en utilisant la formule (1.16) pour calculer le potentiel chimique 3D, on obtient $\mu_{3D}/(\hbar\omega_z) = 0,55$. On rentre dans le régime quasi-2D. Le calcul du potentiel chimique 2D par la formule (1.17) donne $\mu_{2D}/(\hbar\omega_z) = 0,37$.

La figure 4.9 présente l'image par absorption du gaz dans le piège habillé comprimé avec les paramètres donnés plus haut. L'image est prise après un temps de vol de 25 ms, le faisceau d'imagerie est aligné avec la direction y . À partir de cette image, nous pouvons mesurer le nombre total d'atomes, la température et la fraction cohérente. Après l'expansion, le nuage présente une distribution bimodale. Le pic cohérent est très anisotrope : le profil de densité exhibe une forme Thomas-Fermi dans le plan horizontal et gaussien dans la direction verticale, à cause du confinement du gaz dans l'état fondamental transverse.

La température obtenue en ajustant le gaz thermique avec une gaussienne est de 112 nK, telle que $k_B T/(\hbar\omega_z) = 1,2$. Le gaz thermique n'est pas vraiment bidimensionnel dans ces conditions, mais il est possible d'avoir des gaz plus froids en diminuant la

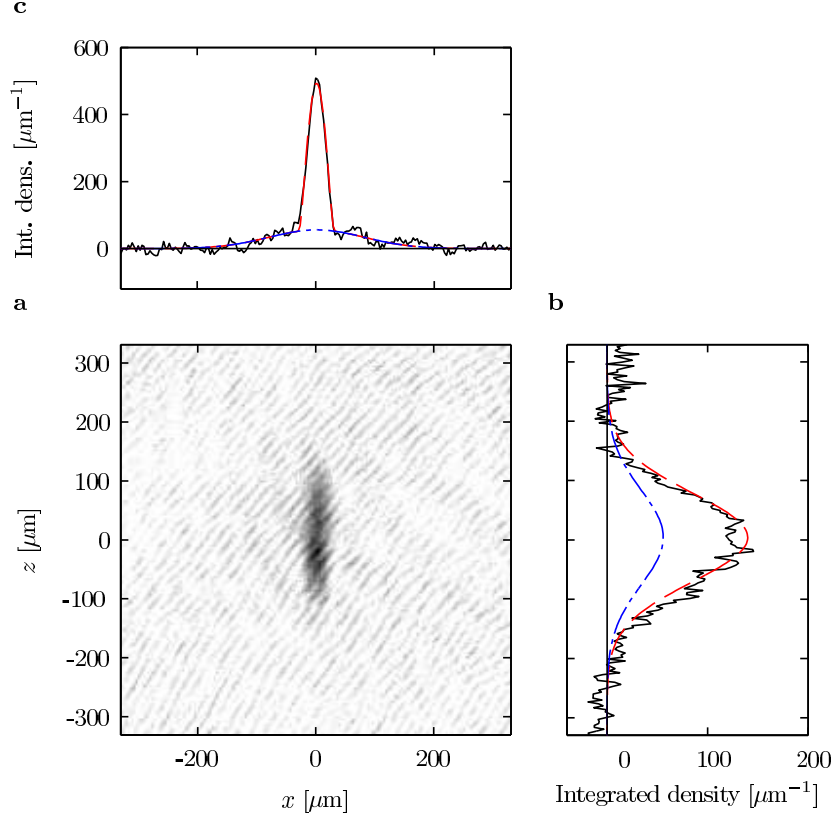


Figure 4.9 – (a) Image par absorption horizontale du gaz libéré du piège quadrupolaire habillé comprimé après 25 ms de temps de vol. Les fréquences du piège sont $\omega_r = 2\pi \times 27$ Hz et $\omega_z = 2\pi \times 1.93$ kHz. Le profil de densité est ajusté par le produit d’une gaussienne et d’un profil Thomas-Fermi intégré selon y , l’orientation du nuage étant un paramètre libre de l’ajustement. Une fraction thermique résiduelle est aussi prise en compte avec une autre distribution gaussienne. (b), (c) : Profils de densité et ajustements intégrés selon x et z , respectivement. Le profil horizontal de la fraction cohérente est une parabole intégrée, et vient du profil initial 2D Thomas-Fermi dans le piège. Le profil vertical est gaussien, les atomes étant initialement confinés dans l’état fondamental selon z .

(a) Horizontal absorption imaging of the atomic cloud released from the strongly confined dressed quadrupole trap, after a 25-ms time-of-flight. The trap frequencies are $\omega_r = 2\pi \times 27$ Hz and $\omega_z = 2\pi \times 1.93$ kHz. The density profile is fitted by the product of a Gaussian with an integrated Thomas-Fermi profile, the cloud orientation being a free fit parameter. A background thermal fraction is also taken into account with another Gaussian distribution. (b), (c) : Integrated density profiles and integrated two-dimensional fits along the x and z directions, respectively. The horizontal profile of the coherent fraction is an integrate parabola, and originates from the initial two-dimensional parabolic Thomas-Fermi profile in the trap. The corresponding integrated z -profile is Gaussian, the atoms being initially confined to the vertical ground state of the anisotropic trap.

profondeur du piège avec le couteau. Cela amène à des nuages sans fraction thermique détectable. Dans ce cas, la température peut être estimée en extrapolant des mesures de la température en fonction de la profondeur du piège, comme nous le ferons dans le prochain chapitre.

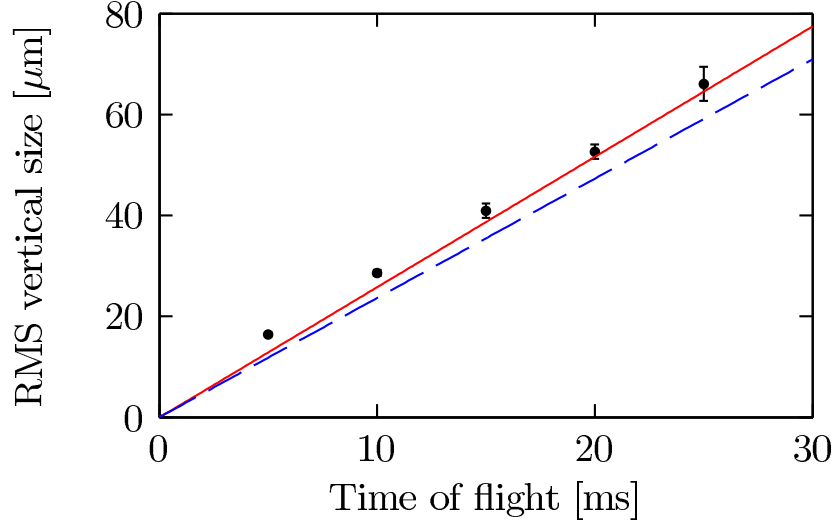


Figure 4.10 — Taille rms verticale du gaz quasi-2D, libéré d'un piège très anisotrope, en fonction du temps de vol. Chaque point expérimental correspond à la moyenne de la taille rms sur trois mesures, avec les barres d'erreur indiquant l'incertitude statistique. Les données sont comparées avec l'expansion de l'état fondamental de l'oscillateur harmonique (courbe bleue en tirets), et avec le modèle hybride de la référence [81] (courbe rouge pleine).

Vertical rms size of the expanding quasi two-dimensional gas released from the strongly anisotropic trap. Each experimental point (dots) gives the rms size averaged over three shots, with the statistical uncertainty indicated by the error bars. The points are compared with the expansion of the ground state of the harmonic oscillator (dashed blue line) and with the scaling model of Ref. [81] (solid red line).

Dans le régime quasi-2D, l'expansion du gaz peut être décrite analytiquement en utilisant un *ansatz* hybride gaussien-parabolique [81]. À tout instant, le profil du gaz est restreint à une forme parabolique dans le plan radial et à une gaussienne selon la direction très confinée z . Nous avons analysé le comportement de la taille rms verticale après temps de vol d'un gaz dégénéré quasi-pur contenant 10^4 atomes à 126 nK, voir la figure 4.10. La fréquence verticale du piège utilisé a été augmentée jusqu'à 2,4 kHz par diminution de la fréquence de Rabi à 18,3 kHz. La fréquence d'habillage était de 3 MHz, et la fréquence d'oscillation radiale 24,6 Hz. Avec ces paramètres, on a $k_B T \simeq \hbar \omega_z$ et $\mu_{2D}/(\hbar \omega_z) = 0,20$. La taille rms selon z est comparée à l'expansion d'un gaz idéal dans l'état fondamental de l'oscillateur harmonique vertical et à la taille rms donnée par l'expansion d'un *ansatz* gaussien. Nos données s'accordent bien avec le deuxième modèle, qui rend compte des interactions. Une déviation significative apparaît

seulement à des petites valeurs de temps de vol, où la grande densité atomique sature l'absorption au centre du nuage et conduit à une surestimation systématique de la taille rms.

4.4.2 Transition BKT ?

Pour savoir si la transition BKT a eu lieu, on peut calculer la valeur critique de la densité dans l'espace de phases et du potentiel chimique d'après les équations (1.30) et (1.31). Prenons comme exemple le gaz quasi-2D dans les conditions expérimentales de la figure 4.10. Pour une fréquence verticale $\omega_z = 2\pi \times 2,4$ kHz, la constante d'interaction adimensionnée vaut $\tilde{g} = 0,12$. La densité dans l'espace de phases et le potentiel chimique critiques sont alors :

$$\mathcal{D}_c = 8,05 \quad \text{et} \quad \frac{\mu_c}{k_B T} = 0,18. \quad (4.23)$$

Pour 10^4 atomes à 126 nK confinés à une fréquence radiale de $\omega_r = 2\pi \times 24,6$ Hz, nous avons :

$$\mathcal{D}_0 = 9,56 \quad \text{et} \quad \frac{\mu_{2D}}{k_B T} = 0,18. \quad (4.24)$$

Le potentiel chimique aussi bien que la densité dans l'espace de phases au centre du piège semblent avoir atteint (ou même dépassé) le seuil de la transition BKT. Nous espérons donc avoir une fraction superfluide dans le gaz. Toutefois on remarque que cette analyse requiert une imagerie correcte du profil atomique pour bien extraire le nombre d'atomes et la température du nuage. Pour le moment, nous sommes persuadés de sous estimer la densité atomique au centre. Une amélioration de notre imagerie verticale est en cours, voir l'annexe A.

Chapitre 5

Modes collectifs dans un gaz 2D

Ce chapitre est consacré à l'étude des excitations collectives dans un gaz quantique en dimension deux. Je ferai d'abord une brève introduction aux modes collectifs les plus couramment étudiés, suivi par un résumé des résultats théoriques pertinents dans l'interprétation de notre expérience. Les cas d'un gaz classique et d'un gaz quantique dégénéré sont traités. La dernière section de ce chapitre expose les résultats expérimentaux obtenus, qui sont comparés aux prédictions théoriques. Les modes monopolaire, quadrupolaire et ciseau ont été observés, et les fréquences propres mesurées permettent de tirer des conclusions concernant la dimensionnalité et la nature du gaz.

5.1 Introduction

Les excitations collectives sont une des sources principales pour la compréhension de la physique des systèmes à N corps, en constituant un excellent outil pour sonder l'effet des interactions dans un gaz quantique [78], comme la superfluidité [70], mesurer l'équation d'état [136] ou les interactions dipolaires [137]. Des prédictions théoriques pour les excitations de basse énergie existent pour un gaz classique [69, 138, 139], un condensat avec interaction faible [140, 141, 142, 143, 69, 144, 145, 81], ainsi que pour la dépendance de ces modes avec les interactions [146], la température [147, 148] et des corrections à la théorie de champ moyen [149, 86], la liste n'étant pas exhaustive. Les gaz de Fermi ont aussi été largement étudiés [150, 151, 152, 153, 154, 155]. Les premières observations d'excitations collectives dans un condensat ont été rapportées en 1996 par les groupes de E. A. Cornell [66] et W. Ketterle [67]. Ils ont observé deux modes d'oscillation de taille dans un piège en forme de disque et de cigare, respectivement. Les fréquences mesurées sont en bon accord avec les prédictions dans le cadre de la théorie de champ moyen. De nombreux autres travaux expérimentaux portant sur les modes collectifs dans un condensat en dimension trois ont été publiés [156, 70, 71, 157, 158, 145, 159], mais à notre connaissance aucune expérience avec des bosons dans le régime quasi-2D n'a été effectuée avant cette thèse.

Le mode collectif le plus connu est le dipôle. Il constitue une oscillation du centre

de masse à la fréquence du piège, indépendamment des interactions entre les particules du gaz, et pour cela il est très utile dans la détermination précise des fréquences de piégeage. D'autres modes collectifs qui dépendent de la nature des particules, de l'équation d'état et de la dimensionnalité du système existent. Ils sont séparés en deux groupes : les modes de compression et les modes de surface, ces derniers ne changeant pas le volume du gaz.

Dans notre expérience, nous nous intéressons à sonder le caractère superfluide d'un gaz quasi-2D en observant les excitations collectives. Mis à part le dipôle, nous avons étudié trois modes à basse énergie : le monopole, le quadrupole et le mode ciseau. Ils sont classifiés par des nombres quantiques appropriés selon la symétrie du système. Le monopole de plus basse énergie est un mode de compression utilisé pour vérifier la nature 2D de notre système. Il se présente comme une oscillation en phase de la taille du nuage selon les deux directions de l'espace, et est appelé usuellement le « mode de respiration ». Le quadrupole et le mode ciseau sont des modes de surface et tous les deux peuvent servir de sonde de superfluidité. Le quadrupole constitue une oscillation des rayons du nuage en opposition de phase selon les deux directions, et le mode ciseau constitue une oscillation angulaire de l'axe du nuage anisotrope. Ces trois modes collectifs sont illustrés dans la figure 5.1.

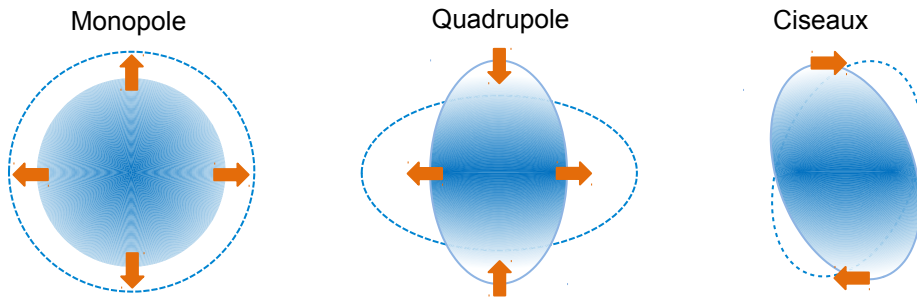


Figure 5.1 — Schéma des excitations collectives étudiées dans notre expérience : monopole, quadrupole et mode ciseau. Le monopole constitue une oscillation en phase du rayon du nuage, le quadrupole est une oscillation en opposition de phase tandis que le mode ciseau est une oscillation angulaire de l'axe du gaz dans un piège anisotrope.

Diagram of the collective excitations studied in our experiment : monopole, quadrupole and scissors mode. The monopole mode corresponds to in phase oscillations of the cloud radii, the quadrupole corresponds to out of phase oscillations and the scissors mode is an angular oscillation of the gas axis in an anisotropic trap.

Je présente dans la suite les prédictions théoriques pour les fréquences de ces modes dans un piège harmonique très écrasé dans une direction de l'espace, comme notre piège quadrupolaire habillé. Je considère les cas d'un gaz classique, décrit par l'équation de Boltzmann, et d'un gaz quantique décrit par l'équation de Gross-Pitaevskii.

5.2 Prédiction théoriques

5.2.1 Piège à symétrie cylindrique

On considère dans cette première partie un potentiel de confinement harmonique à symétrie cylindrique :

$$U_{ext}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}M\omega_r^2 r^2 + \frac{1}{2}M\omega_z^2 z^2, \quad (5.1)$$

où $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Pour analyser la frontière entre les régimes 3D et quasi-2D, on s'intéresse à la limite $\omega_z \gg \omega_r$ dans laquelle le piège très anisotrope prend la forme d'un disque¹. Je présente dans la suite les résultats principaux concernant les modes collectifs dans ces deux régimes pour un gaz classique et un gaz quantique dégénéré.

5.2.1.1 Gaz classique

Les modes monopolaire et quadrupolaire d'un gaz classique dilué ont été étudiés dans [138]. Le gaz est décrit par l'équation de Boltzmann pour la densité dans l'espace de phases $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f + \frac{\mathbf{F}}{M} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f = I_{coll}[f], \quad (5.2)$$

où $\mathbf{F} = -\nabla U_{ext}(\mathbf{r})$ et $I_{coll}[f]$ est l'intégrale de collision classique, qui rend compte des collisions élastiques entre deux particules. Du point de vue des collisions, les atomes sont modélisés par des sphères rigides, avec une section efficace isotrope et indépendante de l'énergie. On peut distinguer deux régimes : le régime sans collisions et le régime hydrodynamique. Dans le premier, le mouvement est décrit par l'hamiltonien à une particule. Le taux de collision élastique classique Γ_c est petit devant la fréquence typique du mode dans le régime sans collisions :

$$\Gamma_c \ll \omega. \quad (5.3)$$

Le régime hydrodynamique est déterminé par la limite inverse

$$\Gamma_c \gg \omega, \quad (5.4)$$

et les collisions assurent l'équilibre thermique local.

La méthode des moyennes est utilisée pour l'étude de quelques modes propres du gaz. Elle consiste à obtenir, en partant de l'équation (5.2), un système fermé d'équations couplées faisant intervenir des moyennes de quelques quantités dynamiques, comme \mathbf{r}^2 , $\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}$, $2z^2 - r^2$... Les moyennes sont prises dans l'espace des positions et vitesses. Un *ansatz* gaussien de la fonction de distribution est utilisé pour évaluer l'intégrale de collisions qui intervient dans le système, et permet de trouver les fréquences des deux modes propres.

Dans un piège anisotrope, comme c'est le cas du disque, les modes quadrupolaire et monopolaire sont généralement couplés. Ce n'est pas le cas dans un piège isotrope (ω_0),

1. Les modes collectifs dans le cas plus général à symétrie cylindrique ont été traités par exemple dans [140, 138].

où le monopole a la fréquence bien définie $2\omega_0$ dans les deux régimes de collisions, et ne présente pas d'amortissement [138]. Ceci reste vrai en 2D [139]. Le quadrupole est amorti, et sa fréquence dans le régime hydrodynamique est $\sqrt{2}\omega_0$. Par contre, même dans le piège anisotrope, le système se découple dans la limite sans collision et le gaz présente deux excitations monopolaires. Les fréquences des modes sont données par :

$$\omega_{C1} = 2\omega_z, \quad (5.5a)$$

$$\omega_{C2} = 2\omega_r. \quad (5.5b)$$

Le système reste couplé dans le régime hydrodynamique. Les fréquences propres sont :

$$\omega_{H1} = \sqrt{\frac{8}{3}}\omega_z, \quad (5.6a)$$

$$\omega_{H2} = \sqrt{3}\omega_r. \quad (5.6b)$$

L'interpolation des modes entre les régimes hydrodynamique et sans collision, ainsi que le taux d'amortissement ont été étudiés. Pour plus de détails, consulter [138].

5.2.1.2 Condensat 3D

On s'intéresse maintenant au cas d'un condensat de Bose-Einstein dilué à température nulle et avec interactions répulsives. Ce système est bien décrit par les équations hydrodynamiques (1.13) et (1.14), équivalentes à l'équation de Gross-Pitaevskii. On se place dans la limite hydrodynamique, où la pression quantique est négligée, et la solution statique prend la forme de Thomas-Fermi.

S. Stringari a suivi une approche similaire à celle de Bogolyubov où on linéarise les équations hydrodynamiques. Cela conduit à la loi de dispersion des modes propres de plus basse énergie [143] :

$$\omega^2 = \left(\frac{4}{3}n^2 + \frac{4}{3}nm + 2n + m \right) \omega_r^2. \quad (5.7)$$

Les nombres quantiques n et m désignent le nombre de nœuds radiaux et la projection selon z du moment cinétique de l'excitation, respectivement. Les modes de surface sont ceux avec $n = 0$. La validité de cette loi de dispersion est contrainte aux conditions de validité de l'approximation Thomas-Fermi, $\mu \gg \hbar\omega_z \gg \hbar\omega_r$.

Le cas $(n = 0, m = 1)$ correspond à l'excitation dipolaire dans la direction radiale, de fréquence égale à celle du piège $\omega = \omega_r$. Ce résultat est en accord avec la prédiction d'oscillateur harmonique pour un gaz idéal, vu que le mode dipolaire n'est pas affecté par les forces d'interaction.

Le mode quadrupolaire correspond à $(n = 0, m = 2)$, et sa fréquence ω_Q^{3D} vaut :

$$\omega_Q^{3D} = \sqrt{2}\omega_r. \quad (5.8)$$

En ce qui concerne le mode monopolaire, il correspond au cas $(n = 1, m = 0)$ et oscille avec une fréquence :

$$\omega_M^{3D} = \sqrt{\frac{10}{3}}\omega_r. \quad (5.9)$$

5.2.1.3 Régime quasi-2D

Dans le régime quasi-2D, où les conditions $\hbar\omega_z \gg (\mu - \frac{1}{2}\hbar\omega_z) \gg \hbar\omega_r$ sont satisfaites pour l'équation de Gross-Pitaevskii, la prédiction hydrodynamique de la loi de dispersion est [143, 160] :

$$\omega^2 = (2n^2 + 2nm + 2n + m) \omega_r^2. \quad (5.10)$$

La fréquence du mode quadrupolaire à 2D ω_Q^{2D} est identique à celle du condensat 3D très anisotrope :

$$\omega_Q^{2D} = \sqrt{2}\omega_r. \quad (5.11)$$

En revanche, la prédiction 2D du monopole ω_M^{2D} diffère de celle à 3D :

$$\omega_M^{2D} = 2\omega_r. \quad (5.12)$$

Cette prédiction coïncide avec celle d'un système purement bidimensionnel. Comme montré par L. P. Pitaevskii et A. Rosch [142], l'existence d'oscillations à la fréquence $2\omega_r$ pour le mode de respiration est assurée par la symétrie SO(2,1) (groupe de Lorentz en dimension deux) du système 2D dans un piège harmonique isotrope. Ce mode n'a pas d'amortissement [161, 162, 142]. Il peut être utilisé pour sonder la dimensionnalité du système, l'apparition d'oscillations à $2\omega_r$ dans un gaz quantique dégénéré prouvant sa nature bidimensionnelle.

5.2.2 Piège anisotrope

Dans cette partie, on considère un potentiel de confinement anisotrope dans le plan horizontal :

$$V_{ext}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}M\omega_x^2x^2 + \frac{1}{2}M\omega_y^2y^2 + \frac{1}{2}M\omega_z^2z^2. \quad (5.13)$$

La limite $\omega_z \gg \omega_x, \omega_y$ est toujours prise en compte pour un piège très écrasé en forme de disque.

5.2.2.1 Gaz classique

Le cas d'un gaz classique décrit par l'équation de Boltzmann a été traité dans [139] dans les deux régimes de collisions. La méthode des moyennes mentionnée plus haut et décrite dans [138] est utilisée pour le calcul des excitations monopolaires dans la limite sans collisions, ce qui donne :

$$\omega_{C1} = 2\omega_x, \quad (5.14a)$$

$$\omega_{C2} = 2\omega_y. \quad (5.14b)$$

Dans un gaz classique hydrodynamique, le monopole et le quadrupole sont couplés. Les fréquences de deux modes propres, obtenues par la méthode des moyennes et aussi

en analysant les fluctuations de vitesse d'un gaz de Bose au-dessus de la température critique dans le cadre de la théorie cinétique, s'expriment :

$$\omega_{H1}^2 = \frac{3}{2} (\omega_x^2 + \omega_y^2) + \sqrt{\omega_x^2 \omega_y^2 + \frac{9}{4} (\omega_x^2 - \omega_y^2)^2}, \quad (5.15a)$$

$$\omega_{H2}^2 = \frac{3}{2} (\omega_x^2 + \omega_y^2) - \sqrt{\omega_x^2 \omega_y^2 + \frac{9}{4} (\omega_x^2 - \omega_y^2)^2}. \quad (5.15b)$$

Pour un piège 2D isotrope de fréquence ω_0 , ce résultat devient $\omega_{H1} = 2\omega_0$ pour le monopole et $\omega_{H2} = \sqrt{2}\omega_0$ pour le quadrupole. Dans ce cas particulier, le monopole a la même fréquence dans les régimes sans collisions et hydrodynamique, donc il n'est pas amorti². Ceci est aussi valable en dimension trois et pour un superfluide en dimension deux.

L'homologue classique du mode ciseau d'un superfluide a été étudié par D. Guéry-Odelin et S. Stringari [69]. Il est composé de deux modes, un oscillant à fréquence rapide et autre à fréquence lente. Le premier correspond au mode quadrupolaire irrotationnel de moment cinétique $\ell = 2$ selon z , tant que le deuxième correspond à un mode rotationnel, absent dans un superfluide. Ces modes ont été étudiés en utilisant la méthode des moyennes et un *ansatz* gaussien pour la fonction de distribution. Les deux fréquences obtenues dans le régime sans collision sont :

$$\omega_{S1} = \omega_x + \omega_y, \quad (5.16a)$$

$$\omega_{S2} = |\omega_x - \omega_y|. \quad (5.16b)$$

Dans le régime hydrodynamique, l'oscillation à basse fréquence est complètement amortie. Il existe un mode bien défini à la fréquence :

$$\omega_S = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}. \quad (5.17)$$

5.2.2.2 Gaz quantique

Dans cette partie, on analyse les modes propres d'un système purement 2D en adaptant l'approche de Castin-Dum [141]. On se place dans la limite Thomas-Fermi $\mu \gg \hbar\omega_x, \hbar\omega_y$, et on définit les facteurs d'échelle $\lambda_x(t)$ et $\lambda_y(t)$ comme :

$$R_x(t) = \lambda_x(t) R_x(0), \quad (5.18a)$$

$$R_y(t) = \lambda_y(t) R_y(0), \quad (5.18b)$$

où $R_x(0) = \sqrt{2\mu_{2D}/(M\omega_x^2)}$ et $R_y(0) = \sqrt{2\mu_{2D}/(M\omega_y^2)}$ sont les rayons Thomas-Fermi d'équilibre du gaz dans le piège harmonique anisotrope. Les facteurs d'échelle satisfont les relations :

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dt^2} \lambda_x = \frac{\omega_x^2}{\lambda_x^2 \lambda_y} - \omega_x^2 \lambda_x, \\ \frac{d^2}{dt^2} \lambda_y = \frac{\omega_y^2}{\lambda_x \lambda_y^2} - \omega_y^2 \lambda_y. \end{cases} \quad (5.19)$$

2. Le taux d'amortissement du mode est proportionnel à la différence des carrés des fréquences dans les deux régimes [139].

On considère des petites fluctuations du rayon du nuage autour de son état d'équilibre, et on écrit $\lambda_x(t) = 1 + \delta\lambda_x(t)$ et $\lambda_y(t) = 1 + \delta\lambda_y(t)$ où $\delta\lambda_x(t), \delta\lambda_y(t) \ll 1$. En linéarisant les équations (5.19) autour de la valeur stationnaire 1, on obtient le système :

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dt^2}\delta\lambda_x &= -\omega_x^2 (3\delta\lambda_x + \delta\lambda_y), \\ \frac{d^2}{dt^2}\delta\lambda_y &= -\omega_y^2 (\delta\lambda_x + 3\delta\lambda_y). \end{cases} \quad (5.20)$$

À partir des valeurs propres du système, on obtient les fréquences de deux modes propres :

$$\omega_M^2 = \frac{3}{2} (\omega_x^2 + \omega_y^2) + \sqrt{\omega_x^2\omega_y^2 + \frac{9}{4}(\omega_x^2 - \omega_y^2)^2}, \quad (5.21a)$$

$$\omega_Q^2 = \frac{3}{2} (\omega_x^2 + \omega_y^2) - \sqrt{\omega_x^2\omega_y^2 + \frac{9}{4}(\omega_x^2 - \omega_y^2)^2}. \quad (5.21b)$$

On retrouve exactement les mêmes fréquences que pour un gaz classique dans la limite hydrodynamique. Les vecteurs propres associés sont :

$$(\delta\lambda_x, \delta\lambda_y)_M = \left(\frac{1}{\omega_y^2} \left[\frac{3}{2} (\omega_x^2 - \omega_y^2) + \sqrt{\omega_x^2\omega_y^2 + \frac{9}{4}(\omega_x^2 - \omega_y^2)^2} \right], 1 \right), \quad (5.22a)$$

$$(\delta\lambda_x, \delta\lambda_y)_Q = \left(\frac{1}{\omega_y^2} \left[\frac{3}{2} (\omega_x^2 - \omega_y^2) - \sqrt{\omega_x^2\omega_y^2 + \frac{9}{4}(\omega_x^2 - \omega_y^2)^2} \right], 1 \right). \quad (5.22b)$$

En analysant le terme qui se réfère à $\delta\lambda_x$, on s'aperçoit qu'il est positif pour le premier vecteur propre et négatif pour le deuxième. Alors les fluctuations de taille du gaz sont en phase pour le mode propre à fréquence ω_M , et c'est un mode semblable au mode de respiration. Pour le mode oscillant à fréquence ω_Q , les fluctuations de taille sont en opposition de phase et il ressemble alors au quadrupole. On remarque que les modes monopolaire et quadrupolaire usuels possèdent les vecteurs propres (1,1) et (-1,1), respectivement, et sont couplés dans le piège anisotrope. Par abus de langage, dans la suite j'appellerai monopole (quadrupole) le mode propre oscillant à ω_M (ω_Q).

Si le piège est isotrope, c'est-à-dire $\omega_x = \omega_y = \omega_0$, les modes propres du système correspondent à :

$$\omega_M = 2\omega_0, \quad (\delta\lambda_x, \delta\lambda_y)_M = (1,1), \quad (5.23a)$$

$$\omega_Q = \sqrt{2}\omega_0, \quad (\delta\lambda_x, \delta\lambda_y)_Q = (-1,1). \quad (5.23b)$$

Ce sont les modes usuels monopolaire et quadrupolaire, découplés dans ce cas particulier. On note que les fréquences d'oscillation sont en accord avec celles des équations (5.11) et (5.12).

En ce qui concerne le mode ciseau d'un superfluide, il a été analysé dans le régime de Thomas-Fermi dans [69]. Son champ de vitesse est irrotationnel et proportionnel à $\nabla(xy)$. Le résultat est le suivant :

$$\omega_S = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}. \quad (5.24)$$

Notons que les modes propres d'un superfluide et d'un gaz classique dans le régime hydrodynamique oscillent à même fréquence, ce qui peut rendre ambigu l'utilisation de ces modes comme signature de superfluidité du système. Cependant, nous verrons que dans nos conditions expérimentales le gaz classique est dans le régime sans collisions, et par conséquent l'observation du quadrupole et du mode ciseau aux fréquences exposées ci-dessus font preuve du régime superfluide.

J'ai exposé les prédictions théoriques concernant trois modes propres du gaz 2D : le monopole (5.22a), le quadrupole (5.22b) et le mode ciseau (5.24). Comment ces expressions varient-elles en fonction de l'anisotropie du piège, donnée par le rapport ω_x/ω_y ? Le résultat est exposé dans la figure 5.2. Les fréquences indiquées sont en unités de la fréquence moyenne $\omega_0 = \sqrt{\omega_x\omega_y}$. Notons que pour une anisotropie unitaire les modes quadrupolaire et ciseau sont dégénérés, et la différence entre leurs fréquences d'oscillation augmente avec ω_x/ω_y . Pour pouvoir identifier ces deux modes, nous avons travaillé avec un piège d'anisotropie valant 1,2 au minimum.

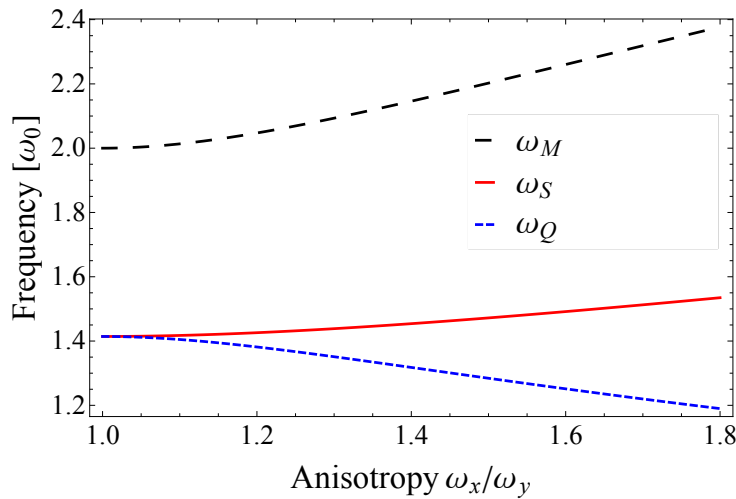


Figure 5.2 — Fréquences des modes collectifs d'un gaz quantique de Bose en dimension deux, en unités de $\omega_0 = \sqrt{\omega_x\omega_y}$. Les courbes sont tracées en fonction de l'anisotropie du piège. Dans le cas d'une anisotropie égale à un (piège isotrope), le monopole et le quadrupole — courbe noire en tiret et courbe bleue pointillée — sont deux modes propres du système et atteignent les valeurs bien connues $2\omega_0$ et $\sqrt{2}\omega_0$, respectivement. En plus, le mode ciseau — courbe rouge — et le quadrupole sont dégénérés dans ce cas.

Collective mode frequencies of a quantum two-dimensional Bose gas, in unities of $\omega_0 = \sqrt{\omega_x\omega_y}$. The curves are plotted as a fonction of the trap anisotropy. When the anisotropy is equal to one (isotropic trap), the monopole and quadrupole — dashed black and dotted blue lines — are two eigenmodes of the system and they reach the well known values $2\omega_0$ and $\sqrt{2}\omega_0$, respectively. Besides, the scissors mode — solid red line — is degenerate with the quadrupole mode in this case.

On s'intéressera dans la suite au monopole dans un piège isotrope. Comme on n'ar-

rive pas à obtenir expérimentalement un piège isotrope parfait, il est utile de connaître la variation de la fréquence du monopole au voisinage d'une anisotropie unitaire. On écrit $\omega_x/\omega_y = 1 + \epsilon_a$ avec $\epsilon_a \ll 1$. Un développement limité de ω_M autour de 1 conduit à :

$$\omega_M \simeq 2\omega_0 \left(1 + \frac{15}{16} \epsilon_a^2 \right). \quad (5.25)$$

La correction sur la fréquence du monopole due à une faible anisotropie est d'ordre deux en ϵ_a . Dans l'expérience, $\epsilon_a < 3 \times 10^{-2}$, donc la correction est plus petite que 9×10^{-4} .

5.3 Réalisation expérimentale

Nous avons étudié les modes collectifs d'un gaz de Bose quasi-2D dans le piège quadrupolaire habillé détaillé dans le chapitre 4. Le gaz a été préparé comme décrit à la fin du chapitre 4, les paramètres expérimentaux choisis pour chaque mode venant d'un compromis entre rendre le piège le plus 2D possible, avoir une anisotropie détectable dans le plan (pour les modes quadrupolaire et ciseau), et avoir un bon rapport signal à bruit. J'exposerai dans la suite un résumé de ce qui est connu sur chaque mode jusqu'à l'heure actuelle et nos résultats expérimentaux.

5.3.1 Mode monopolaire

Le mode de respiration est un mode de compression qui change la densité du système. Pour cette raison, il est sensible à l'équation d'état $\mu(n)$ [136]. Comme discuté plus haut, on attend qu'un gaz de Bose isotrope en dimension deux oscille à fréquence $2\omega_r$, autant dans le régime dégénéré décrit par l'équation de Gross-Pitaevskii que dans le régime classique, et ces oscillations ne sont pas amorties. En plus, un condensat très confiné dans une direction de l'espace en régime Thomas-Fermi oscille à une autre fréquence, $\sqrt{10/3}\omega_r$. Ainsi, le mode de respiration dans un gaz quantique dépend de la dimensionnalité du système, et l'observation d'oscillations à la fréquence $2\omega_r$ prouve sa nature bidimensionnelle.

Une anomalie quantique — brisure de symétrie en théorie quantique des champs — a été prévue pour un gaz bidimensionnel dans un piège harmonique [86]. Elle est responsable d'un décalage positif de la fréquence du monopole par rapport à la prédiction classique $2\omega_r$ de Pitaevskii et Rosch. Ce décalage est égal à

$$\frac{\delta\omega_M}{\omega_M} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \frac{a}{a_z} = \frac{\tilde{g}}{16\pi}, \quad (5.26)$$

pour $a/a_z \ll 1$. Dans le cas de notre expérience, l'effet attendu est de l'ordre de 2×10^{-3} , trop petit pour être détecté. Par suite de la brisure de symétrie, un amortissement du mode est aussi attendu, mais aucune théorie n'a pu le quantifier pour le moment.

5.3.1.1 Excitation du monopole

Nous avons étudié le mode monopolaire dans un piège habillé à symétrie cylindrique, de fréquences d'oscillation ω_r et ω_z . La polarisation du champ radiofréquence appliqué est circulaire, assurant l'isotropie du piège dans le plan horizontal à mieux que 3%. L'excitation des modes collectifs se fait en modifiant les caractéristiques du potentiel de piégeage. Nous avons utilisé deux méthodes pour exciter le monopole.

Dans une première méthode nous diminuons de façon non adiabatique la fréquence radiale. Pour être non adiabatique, il faut que la durée Δt du changement de ω_r soit petite comparé à la période d'oscillation du monopole, $\Delta t \ll \pi/\omega_r$. Notons que cette même durée doit être grande devant $2\pi/\Omega_0$ pour assurer le suivi adiabatique du spin atomique. Le gaz ne suit pas le changement de géométrie du piège et se trouve avec un rayon plus petit que celui d'équilibre. Cela induit des oscillations (en phase) du rayon du gaz dans le plan. Comme la symétrie du piège est maintenue, le monopole est le seul mode excité.

Expérimentalement, la fréquence radiale est diminuée suite à une augmentation de la fréquence d'habillage ω_{rf} . Cela cause une dilatation du rayon du piège R , équations (4.4) et (4.10), ce qui fait descendre le nuage verticalement. Pour ne pas exciter le mode dipolaire vertical, la condition $\Delta t \gg 2\pi/\omega_z$ doit être satisfaite. Dans notre expérience $\Omega_0 \gg \omega_z \gg \omega_r$, par conséquent si le changement est adiabatique par rapport au mouvement vertical, il le sera aussi du point de vue du spin. La fréquence d'oscillation radiale diminue avec l'augmentation de R , voir équation (4.16a). La fréquence verticale, équation (4.16b), ne change quasiment pas. Elle ne dépend pas de ω_{rf} , mais une faible diminution de la fréquence de Rabi dû au changement de ω_{rf} fait augmenter légèrement ω_z , ce qui fait croître encore plus l'anisotropie déjà marquée du gaz.

La deuxième méthode utilisée est une excitation résonnante et consiste à moduler ω_r à la fréquence du mode désiré ($2\omega_r$ pour le mode de respiration à 2D). Pour cela, le gradient magnétique est harmoniquement modulé. Il affecte les valeurs de R , ω_r et ω_z . Le centre de masse du gaz ainsi que sa taille verticale suivent adiabatiquement les oscillations de R et ω_z , respectivement. Le mode de respiration dans le plan, résonnant avec l'excitation, est excité.

5.3.1.2 Résultats

Dans une première expérience, le point de départ est un gaz très froid — sans fraction thermique visible³ — dans le piège habillé à $\omega_{rf} = 2\pi \times 2,336$ MHz et au gradient magnétique maximal $b' = 216$ G·cm⁻². On excite le monopole par une rampe linéaire de ω_{rf} jusqu'à $2\pi \times 3,336$ MHz en 5 ms. Le gradient magnétique est gardé constant. Un couteau radiofréquence d'évaporation suit le changement de ω_{rf} et maintient la température constante. Dans le piège final, $\omega_r = 2\pi \times 24,21 \pm 0,03$ Hz, avec une anisotropie $|\epsilon_a| = |\omega_x - \omega_y|/\omega_y$ plus petite que 3%. Notons que 5 ms est petit devant la période d'oscillation radiale, égale à 41 ms, et grand devant $2\pi/\omega_z$, de l'ordre de 0,4 ms.

Après le processus d'excitation, le gaz oscille pendant une durée variable dans le piège et est ensuite relâché pour s'étendre librement pendant 25 ms. Une image hori-

3. Les conditions expérimentales ne nous permettent pas de remonter à la température du gaz.

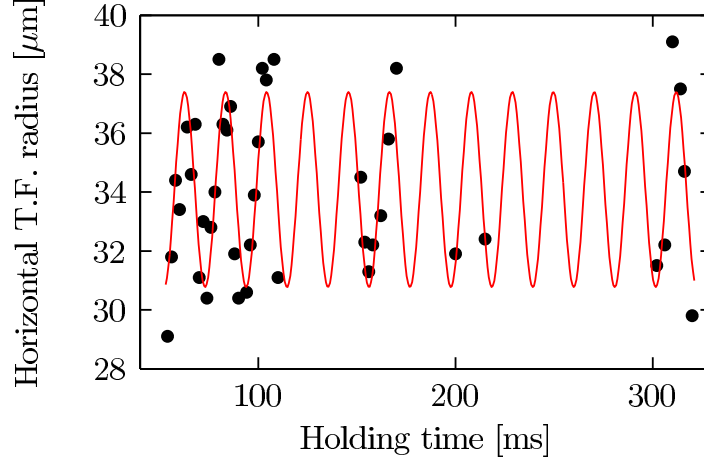


Figure 5.3 — Observation du mode monopolaire à $2\omega_r$ dans un gaz de Bose 2D. Le trait rouge correspond à un ajustement sinusoïdal des données. La fréquence mesurée est 48.1 ± 0.2 Hz pour une fréquence de piégeage de 24.21 ± 0.03 Hz, mesurée simultanément. Aucun amortissement n'est observable sur cette échelle de temps.

Observation of the monopole mode at $2\omega_r$ in the two-dimensional Bose gas. The solid line is a sinusoidal fit to the data. The measured frequency is 48.1 ± 0.2 Hz, for a trapping frequency of 24.21 ± 0.03 Hz, measured simultaneously. No damping is observable on this time scale.

zontale permet d'enregistrer le profil de densité intégré selon y . Il est ajusté avec un profil Thomas-Fermi dans la direction x et gaussien dans z . Le nombre d'atomes est d'environ 2×10^4 . La figure 5.3 montre l'oscillation du rayon Thomas-Fermi R_{TF} du gaz déduit de l'ajustement. Il oscille à une fréquence :

$$\omega_M = 2\pi \times 48,1 \pm 0,2 \text{ Hz}, \quad (5.27)$$

extraite d'un ajustement sinusoïdal des données. La fréquence du dipole a été mesurée simultanément à partir d'une petite oscillation résiduelle du centre de masse du gaz. Le rapport entre les fréquences mesurées est :

$$\frac{\omega_M}{\omega_r} = 1,99 \pm 0,01. \quad (5.28)$$

En excluant la possibilité que le gaz soit classique dans le régime sans collision (ce qui peut être vérifié par l'inversement de l'anisotropie du gaz lors de l'expansion libre), ce résultat est en accord avec la prédiction théorique pour un système 2D, $\omega_M^{2D}/\omega_r = 2$. Je rappelle que la prédiction pour un système 3D très anisotrope est $\omega_M^{3D}/\omega_r = \sqrt{10/3} \simeq 1,83$ [143]. Cela prouve bien la nature bidimensionnel de notre système.

En plus, aucun amortissement du monopole n'a été observé. Nous avons des données jusqu'à 500 ms, la perte d'atomes étant le facteur limitant pour sonder des temps plus longs⁴. Le facteur de qualité $Q = \omega_M/\Gamma_M$, donné par le rapport entre la fréquence et

4. La durée de vie mesurée dans les conditions de l'expérience est de 310 ± 30 ms en raison des pertes Landau-Zener.

le taux d'amortissement, est supérieur à 150.

Dans une deuxième expérience, nous avons étudié la dépendance de la fréquence du mode monopolaire avec le potentiel chimique en dimension deux à travers le paramètre $\alpha_\mu = \mu/(2\hbar\omega_z)$, où $\mu = \mu_{3D} - \hbar\omega_z/2$. On note que la limite 2D correspond à $\alpha_\mu \ll 1$, et la limite Thomas-Fermi 3D correspond à $\alpha_\mu \gg 1$. Dans la figure 5.4 on trace le rapport ω_M/ω_r en fonction de α_μ . Nos données expérimentales sont représentées par les points rouges. Ils ont été pris dans des conditions expérimentales différentes où le nombre d'atomes et les fréquences d'oscillation du piège varient (par modification du gradient magnétique, de la fréquence d'habillage et/ou de la fréquence de Rabi). Le deuxième point de gauche à droite est celui de l'expérience précédente. Pour les deux points les plus bas, le mode de respiration a été excité de façon résonnante, selon la méthode expliquée plus haut. On note que l'incertitude sur la fréquence de ces deux points est plus importante.

Nos mesures présentent un petit décalage négatif par rapport à la prédiction hydrodynamique d'un gaz 2D (trait pointillé noir à la valeur $\omega_M/\omega_r = 2$), ce qui met en évidence une équation d'état modifiée en raison de la fréquence verticale finie. Les points noirs sortent d'une simulation *ab initio* de l'équation de Gross-Pitaevskii en dimension trois. La courbe bleue pointillée correspond à la prédiction théorique de M. Olshanii à température et amplitude d'oscillation nulles. Dans cette théorie, l'état fondamental transverse est corrigé par rapport à la gaussienne attendue quand la fréquence verticale est infinie (article en préparation), ce qui modifie le potentiel chimique et brise la symétrie du système. La courbe bleue en trait plein tient compte du décalage (de l'ordre de 2×10^{-3}) par l'effet purement 2D d'anomalie quantique [86], inférieur à la résolution de notre expérience. Il est envisageable d'approfondir cette étude en réduisant les barres d'erreur des données expérimentales, ce qui nous permettra de mieux comparer nos résultats aux prédictions théoriques.

5.3.2 Mode quadrupolaire

On passe à l'étude du mode quadrupolaire dans un piège anisotrope. Comme nous l'avons vu plus haut, on attend des oscillations de taille en opposition de phase à la fréquence donnée par l'équation (5.22b).

5.3.2.1 Excitation du quadrupole

Pour exciter les oscillations de taille en opposition de phase, la symétrie du piège doit être brisée. Dans le piège quadrupolaire habillé, cela peut être réalisé en passant d'une polarisation circulaire du champ radiofréquence à une polarisation linéaire, de façon non adiabatique. Expérimentalement, avant d'être excité le gaz est confiné dans le piège habillé à symétrie cylindrique. À ce stade, les deux antennes radiofréquence produisent un signal de même amplitude et déphasés de $\pi/2$. Une rampe linéaire sur la phase d'une des antennes (antenne d'axe x) la met en phase avec l'autre. Les amplitudes du champ ne sont pas touchées. En regardant les équations des fréquences d'oscillation du piège dans les situations initiale et finale, équations (4.16) et (4.11), respectivement,

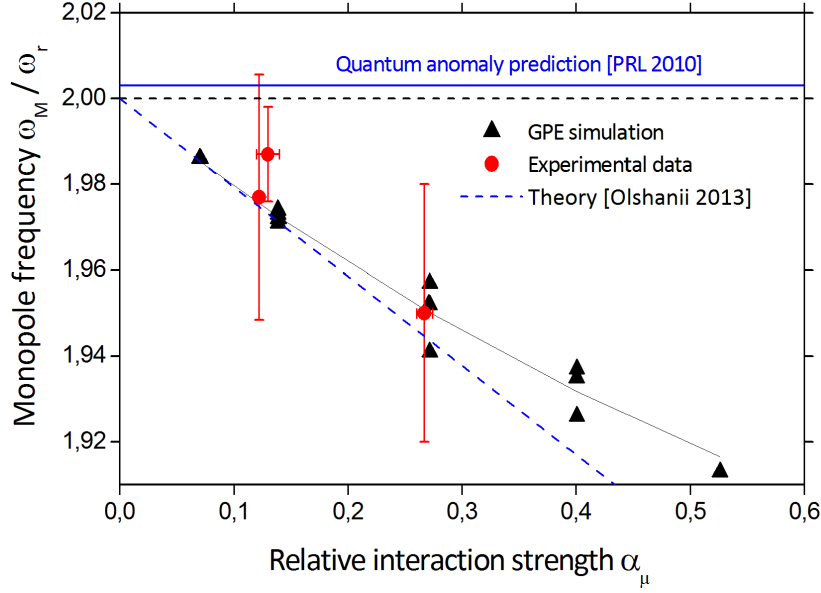


Figure 5.4 — Dépendance de la fréquence du monopole, en unités de la fréquence du piège, avec $\alpha_\mu = \mu/(2\hbar\omega_z)$. Les points rouges sont les données expérimentales, les points noirs viennent d’une simulation *ab initio* de l’équation de Gross-Pitaevskii 3D faite dans l’équipe. Le trait pointillé noir correspond à la prédiction $2\omega_r$ dû à la symétrie $SO(2,1)$ du système 2D. Le trait pointillé bleu correspond à la prédiction théorique de M. Olshanii, qui corrige l’état fondamental gaussien transverse dû à une fréquence verticale finie. Finalement, le trait plein bleu tient compte de l’effet d’anomalie quantique.

*Monopole frequency in units of the trap frequency as a function of the parameter $\alpha_\mu = \mu/(2\hbar\omega_z)$. The red points are the experimental data, and the black ones represent an *ab initio* three-dimensional Gross-Pitaevskii calculation. The black dashed line represents the 2D prediction $2\omega_r$ by $SO(2,1)$ scaling symmetry. The blue dashed line corresponds to a theoretical prediction from M. Olshanii, which corrects the transverse ground state for a finite vertical oscillation frequency. Finally, the blue solid line accounts for the quantum anomaly shift.*

on voit qu’après cette rampe la fréquence selon l’axe principal⁵ x' est augmentée, tandis que celle selon y' est diminuée. Si le changement de fréquence est non adiabatique, les rayons du nuage ne correspondent pas à l’équilibre dans la nouvelle configuration, l’un étant plus grand et l’autre étant plus petit. Par conséquent, le mode quadrupolaire est excité.

5.3.2.2 Résultats

Pour que l’anisotropie du piège final soit suffisamment marquée pour être détectée, nous avons décidé de diminuer la fréquence d’habillage par rapport à la fréquence

5. Les axes principaux x' et y' font un angle de 45° avec les axes des antennes.

typique de $\simeq 3$ MHz utilisée pour observer le monopole⁶. La fréquence d'habillage utilisée est de $\omega_{rf} = 2\pi \times 1$ MHz, le gradient magnétique étant maximal. Dans ces conditions, un gaz dégénéré quasiment sans fraction thermique a pu être chargé dans le piège habillé. La température du gaz, estimée à partir de la profondeur du piège, est d'environ 50 nK.

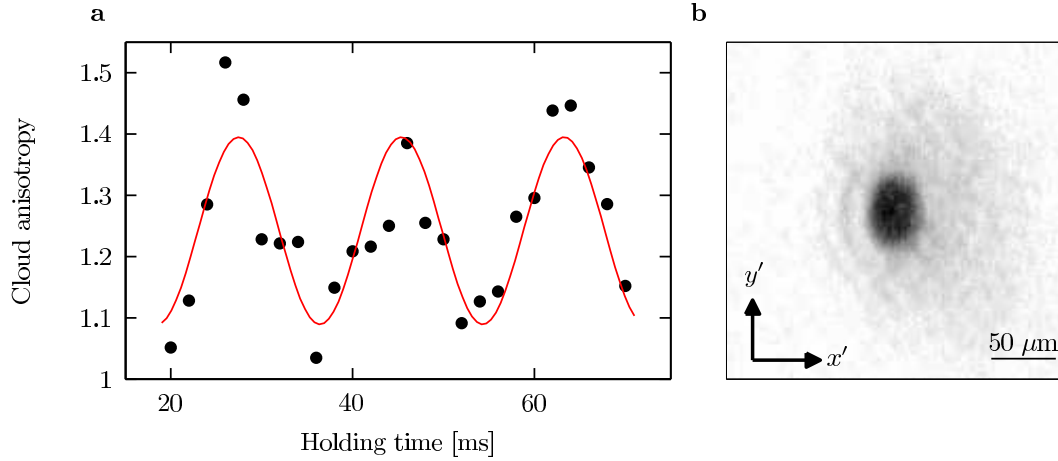


Figure 5.5 — (a) Observation du mode quadrupolaire dans un piège anisotrope : la partie cohérente du profil de densité du nuage présente une oscillation de son anisotropie à une seule fréquence quand le gaz est correctement excité. Le trait rouge est un ajustement sinusoïdal des données, la fréquence mesurée est 56 ± 1 Hz. (b) Image *in situ* (temps de vol égal à 1 ms) du nuage anisotrope, réalisé par l'objectif maison (grandissement $\times 8$, résolution $\simeq 4 \mu\text{m}$) décrit dans l'annexe A. Pour réduire la densité optique, seulement 10% des atomes ont été pompés dans la transition cyclante avant les impulsions d'imagerie. Le profil de densité présente une forme bimodale avec un pic cohérent central bien décrit par un profil Thomas-Fermi sur un piédestal gaussien.

(a) Observation of the quadrupole mode in an anisotropic trap : the coherent central part of the cloud density profile exhibits oscillation of its anisotropy at a single frequency when properly excited. The solid line is a sinusoidal fit to the data. The measured frequency is 56 ± 1 Hz. (b) In situ (1 ms time of flight) imaging of the gas density profile by a home made objective (magnification $\times 8$, resolution $\simeq 4 \mu\text{m}$), with probe propagating along z . In order to reduce the optical thickness only about 10% of the atoms are pumped on the cycling transition before the imaging pulses. The density profile exhibits a bimodal shape with a coherent central feature well described by a Thomas-Fermi profile on top of a larger Gaussian pedestal.

Le gaz est initialement au repos dans le piège isotrope dans le plan. Le déphasage entre les antennes est alors rampé de $\pi/2$ à π en 0,4 ms. Après un temps d'attente, pendant lequel le gaz oscille, une image verticale est prise en enregistrant le profil *in situ*

6. La fréquence de Rabi aurait pu être augmentée, mais cela ferait décroître la fréquence d'oscillation selon z . Pour garder le même confinement vertical, Ω_0 a été maintenu constant.

de densité 2D. Dans la configuration finale, le piège est anisotrope. Les deux fréquences de piégeage sont mesurées par des petites oscillations dipolaires du gaz. Les valeurs obtenues sont : $\omega_{x'} = 2\pi \times 45 \pm 1$ Hz et $\omega_{y'} = 2\pi \times 37,8 \pm 0,5$ Hz. Les données sont ajustées avec un profil combiné Thomas-Fermi (pour la partie cohérente du nuage) et gaussien (pour le gaz thermique). L'anisotropie du gaz dégénéré est extraite à partir du rapport des rayons Thomas-Fermi. Ses oscillations, qui correspondent au mode quadrupolaire, se font autour de la valeur $1,24 \pm 0,01$ et sont présentées dans la figure 5.5(a). La fréquence mesurée est :

$$\omega_Q = 2\pi \times 56 \pm 1 \text{ Hz.} \quad (5.29)$$

Elle est en bon accord avec la prédiction théorique 57 ± 1 Hz déduite de l'équation (5.22b) pour un superfluide. La figure 5.5(b) montre une image du gaz *in situ* dans le piège final. L'anisotropie mesurée dans cette image est 1,2, en accord avec le rapport $\omega_{x'}/\omega_{y'} = 1,19 \pm 0,04$ des fréquences du piège. Le fait que l'anisotropie des données oscille autour d'une valeur légèrement plus haute que le rapport des fréquences du piège peut être expliqué par une déviation du faisceau d'imagerie vertical par rapport à l'axe du piège.

5.3.3 Mode ciseau

La réduction du moment d'inertie par rapport à la valeur rigide classique constitue une des manifestations de superfluidité, et est la conséquence directe de la nature irrotationnelle d'un superfluide. En dimension trois, le mode ciseau a été employé pour montrer que condensation de Bose-Einstein implique superfluidité [69, 70, 71]. Une étude expérimentale de l'effet de la température sur la fréquence du mode ciseau d'un condensat a été menée par le groupe de C. Foot [71]. Ils ont mis en évidence un décalage négatif par rapport à la prédiction hydrodynamique avec l'augmentation de la température, voir la partie gauche de la figure 5.6.

En contraste avec le résultat à 3D, une étude numérique menée par le groupe de P. B. Blakie [148] dans un gaz de Bose quasi-2D a montré un décalage positif de la fréquence du mode ciseau, qui passe rapidement de la valeur prédite pour un superfluide vers la fréquence classique la plus haute (irrotationnelle) à travers la transition BKT. La courbe obtenue est dans la partie droite de la figure 5.6, la ligne rouge verticale indique la transition. Pour toutes les températures, seulement une ou deux fréquences sont observables, contrairement au cas 3D où jusqu'à trois fréquences sont présentes simultanément. Je présente dans la suite nos études sur le mode ciseau d'un gaz de Bose fortement confiné dans le piège habillé.

5.3.3.1 Excitation du mode ciseau

Le mode ciseau consiste en une oscillation angulaire de l'axe du gaz. Pour avoir un axe bien défini, le gaz doit être anisotrope. Avant l'excitation, il est à l'équilibre dans le piège habillé anisotrope. La radiofréquence est polarisée linéairement, les deux antennes produisent un signal en phase avec des amplitudes légèrement différentes $B_1 = 1,19B_2$. Pour exciter le mode ciseau, on tourne non adiabatiquement l'axe de polarisation du

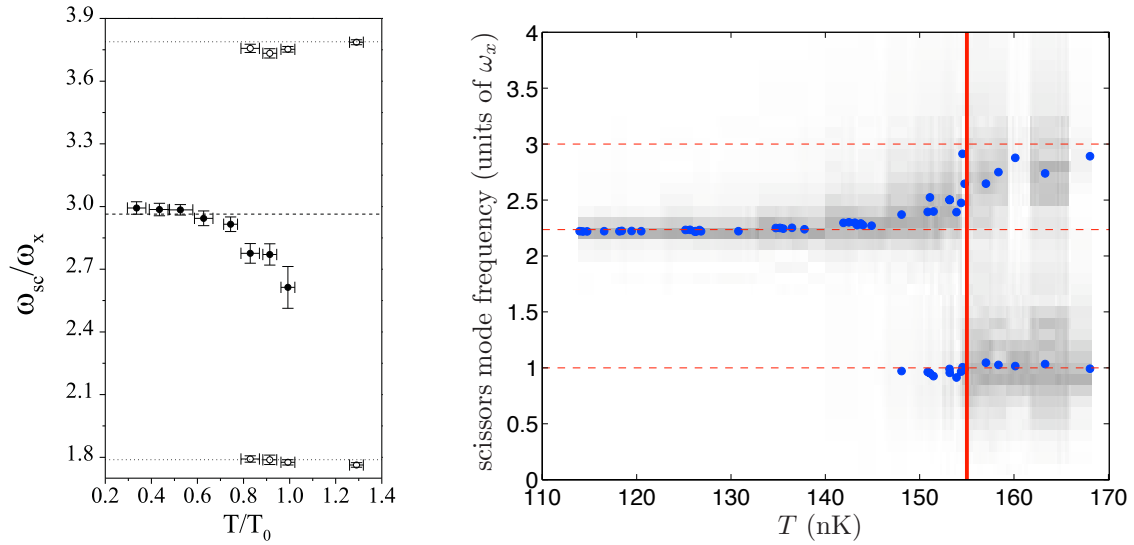


Figure 5.6 — Fréquence du mode ciseau en fonction de la température. *Gauche* : courbe expérimentale extraite de [71]. L’expérience a été réalisée dans un nuage 3D, les points noirs correspondent au condensat et les points ouverts correspondent à la fraction thermique. Un décalage négatif par rapport à la prédiction hydrodynamique de la fréquence du mode ciseau du condensat a été observé. *Droite* : simulation classique pour un gaz de Bose quasi-2D extraite de [148]. Dans ce cas, le décalage prévu avec la température est positif. Le trait rouge vertical indique la transition BKT.

Left : experimental data from [71]. A 3D atomic cloud was studied, the solid circles represent the condensate and the open circles are the thermal component. A negative shift from the hydrodynamic prediction of the condensate scissors mode frequency was observed as the temperature increases. *Right* : classical field simulations for a quasi-2D Bose gas from [148]. Here, a positif shift with temperature is expected. The red vertical line refers to the BKT transition.

piège. Le gaz se trouve avec un axe propre différent et n’est plus en équilibre dans le nouveau piège. Par conséquent, il exhibe des oscillations du type ciseau autour de l’axe propre du piège final. Le processus de rotation du piège se fait en appliquant deux rampes linéaires simultanées sur les amplitudes des antennes⁷, de manière à terminer avec les amplitudes inversées et le même couplage.

7. Pendant ce processus, le couplage total n’est pas constant. Il présente un minimum en milieu de rampe à 99,6% de sa valeur initiale (ou finale). La variation du couplage est cependant très petite pour exciter d’autres modes collectifs.

5.3.3.2 Résultats

Les expériences de mode ciseau ont été réalisées dans des conditions semblables à celles du quadrupole. L'anisotropie mesurée du piège utilisé dans cette partie vaut $1,28 \pm 0,04$. Un gaz froid est initialement à l'équilibre dans le piège habillé, avec $\omega_{rf} = 2\pi \times 1$ MHz et $b' = 216 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-2}$. La fréquence de Rabi est $\Omega_0 = 2\pi \times 31,5 \pm 0,1$ kHz. L'axe du piège est tourné d'environ 10° en $446 \mu\text{s}$. Après une certaine durée d'attente, une image verticale *in situ* est enregistrée, et l'axe propre du gaz est identifié. On mesure les oscillations angulaires du gaz par rapport à un repère fixe, ce qui correspond au mode ciseau. Les figures 5.8 et 5.9 présentent quelques courbes obtenues à différentes températures.

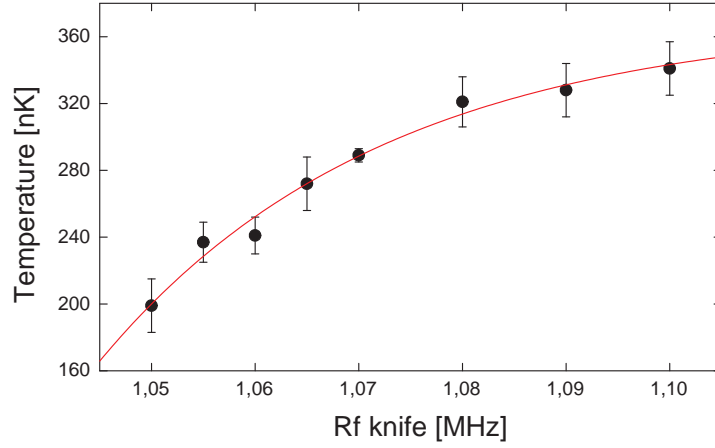


Figure 5.7 — Calibration de la température du nuage en fonction du couteau d'évaporation. La température a été mesurée par des images en temps de vol, prises dans les mêmes conditions que l'expérience du mode ciseau. Les données ont été ajustées par le modèle $T(\nu) = T_{max} (1 - e^{-(\nu-\nu_0)/\Delta\nu})$, où les paramètres sont $T_{max} = 370 \pm 20$ nK, et $\nu_0 = 1,029 \pm 0,004$ MHz, compatible avec $\omega_{rf} + \Omega_0 = 2\pi \times 1,031$ MHz.

Calibration of the cloud temperature as a function of the rf knife. The temperature was obtained by time of flight images taken under the same experimental conditions than the scissors mode experiments. The data were fitted with the model $T(\nu) = T_{max} (1 - e^{-(\nu-\nu_0)/\Delta\nu})$. The fit parameters are $T_{max} = 370 \pm 20$ nK and $\nu_0 = 1,029 \pm 0,004$ MHz, which is compatible with $\omega_{rf} + \Omega_0 = 2\pi \times 1,031$ MHz.

La température du nuage est contrôlée par le couteau d'évaporation, lequel a été varié entre 1,037 MHz et 1,3 MHz. En tenant compte du couplage radiofréquence à 31,5 kHz, cela correspond à une profondeur du piège qui varie entre 5,5 et 268,5 kHz. Au moment de l'expérience, nous n'avons pas développé une méthode fiable pour mesurer la température par analyse du profil *in situ* du nuage. Les conditions expérimentales

ont été changées⁸ depuis pour améliorer notre imagerie *in situ*, en nous empêchant de réanalyser ces données. Une calibration de la température mesurée dans la direction horizontale après temps de vol en fonction du couteau est disponible, voir figure 5.7. La calibration a été faite dans les mêmes conditions que l'expérience, après rotation du piège, et seuls les nuages présentant une fraction thermique visible ont été analysés. Les profils atomiques ont été ajustés par un profil combiné : Thomas-Fermi pour la partie cohérente et gaussien pour le piédestal thermique.

Les courbes de la figure 5.8 ont été mesurées aux deux valeurs de couteau les plus bas utilisées. Les profils de densité ne présentent pas de caractère bimodal indiquant la présence d'une fraction thermique, ce qui rend facile la détermination des axes propres du nuage. À gauche je présente les données correspondant au couteau le plus bas de 1,037 MHz. Les points et les barres d'erreur sont le résultat de la moyenne sur trois mesures. Les données à droite ont été prises à un couteau de 1,045 MHz. Elles ne sont pas moyennées et sont présentées sur la même échelle que à gauche. On observe un amortissement plus important à température plus haute, et celui-ci est quantifié par le taux d'amortissement Γ_s qui sort d'un ajustement des données par une sinusoïde amortie :

$$\Theta(t) = \Theta_0 + \Delta\Theta e^{-\Gamma_s t} \sin(\omega_s t + \varphi). \quad (5.30)$$

La fréquence du mode ω_s est comparée à la fréquence moyenne du piège $\omega_0 = \sqrt{\omega_x \omega_y}$, voir la figure 5.10. ω_x et ω_y sont mesurées simultanément avec une précision d'environ 1% par des petites oscillations dipolaires résiduelles. Nous avons en moyenne $\bar{\omega}_x = 35 \pm 1$ Hz et $\bar{\omega}_y = 45 \pm 1$ Hz, où l'erreur vient de l'écart type des mesures.

Lorsque la valeur du couteau est augmentée, une fraction thermique moins dense du nuage se distingue. Dans ce cas, les images *in situ* sont ajustées par un profil combiné Thomas-Fermi (pic central cohérent) et gaussien (piédestal thermique), et deux angles sont extraits d'une même image. On observe un comportement différent des deux composantes du gaz, comme montré dans la figure 5.9 pour le cas d'un couteau à 1,057 MHz. Les deux courbes, prises à la même température, montrent les oscillations du pic central en haut et du piédestal thermique en bas. Les deux signaux sont amortis et les fréquences d'oscillation sont différentes. Pour les valeurs de couteau où le nuage est bimodal, typiquement entre 1,055 et 1,065 MHz, le signal correspondant au gaz thermique est plus bruité et s'amortit plus vite⁹, entraînant une détermination moins précise de la fréquence d'oscillation.

On s'intéresse maintenant à comparer les fréquences mesurées ω_s aux prédictions théoriques pour un superfluide et pour un gaz classique à différents valeurs du couteau d'évaporation. Pour cela, on trace le rapport ω_s/ω_0 en fonction du couteau, les résultats sont dans la figure 5.10. Le trait rouge correspond à la fréquence plus haute du mode harmonique d'un gaz classique dans le régime sans collisions, donnée par la formule (5.16a), et les points expérimentaux en rouge sont ceux de la partie thermique du gaz. Malgré le bruit sur ces points, ils sont compatibles avec la valeur attendue. Le trait noir est la prédiction (5.24) du mode ciseau pour un superfluide, en accord avec les points noirs correspondant à la partie cohérente du gaz. Ces résultats préli-

8. Coupure du champ avant la prise d'image, durée du repompeur.

9. On observe normalement deux ou trois périodes d'oscillation du gaz thermique.

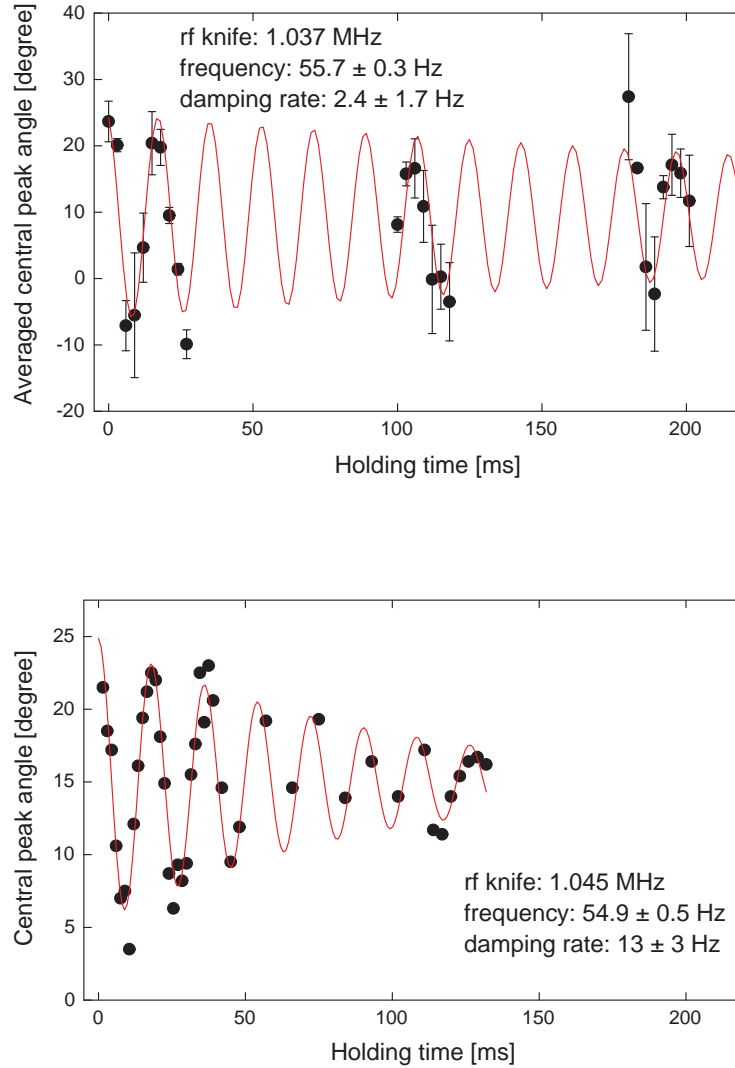


Figure 5.8 — Observation du mode ciseau dans un piège anisotrope à différentes températures. On ne distingue pas de fraction thermique dans les deux cas. Les courbes ont été ajustées à une fonction sinusoïdale amortie. *En haut* : la valeur du couteau d'évaporation est de 1,037 MHz, l'amortissement du signal est peu visible. *En bas* : le couteau vaut 1,045 MHz. On note que le signal s'amortit plus vite.

Observation of the scissors mode in an anisotropic trap for different values of temperature. For both curves, the thermal fraction is not distinguishable. We fit the data with a damped harmonic function. Top : the rf knife is 1.037 MHz. Almost no damping is present. Bottom : the rf knife is 1.045 MHz. A more important damping is present.

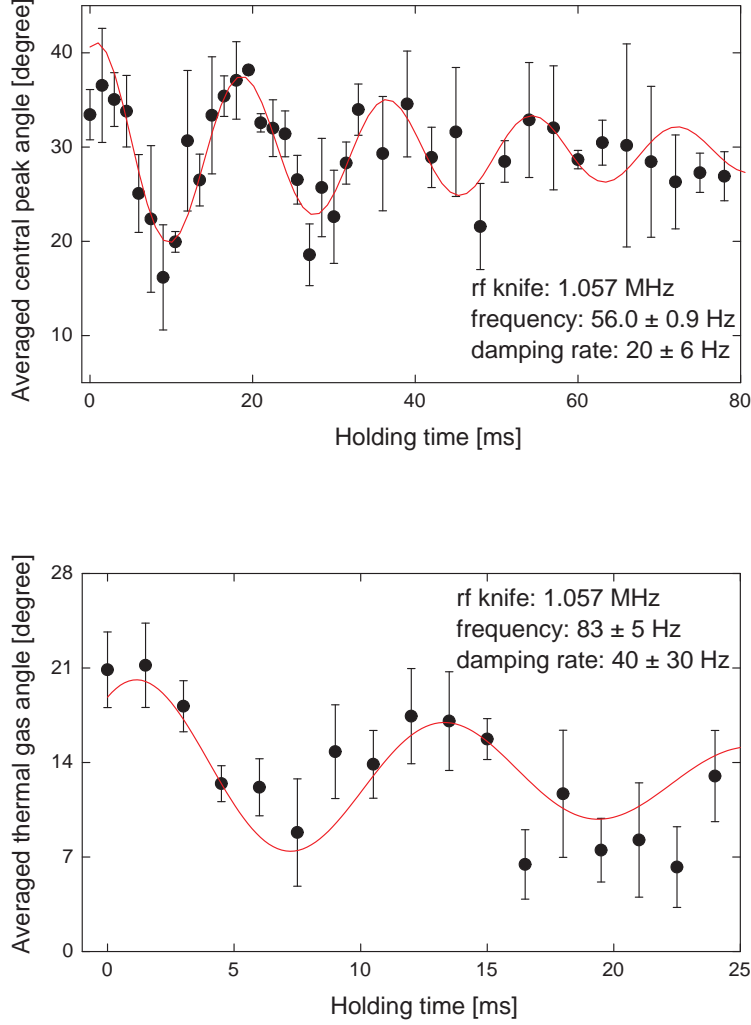


Figure 5.9 — Observation du mode ciseaux dans un piège anisotrope contenant un gaz bimodal. Le couteau est gardé à 1,057 MHz. *En haut* : oscillation de la fraction superfluide. *En bas* : oscillation du gaz classique. Un amortissement est présent dans les deux courbes. Notons les échelles de temps différents.

Observation of the scissors mode in an anisotropic trap containing a bimodal gas. The rf knife is 1,057 MHz, keeping constant the temperature. Top : oscillation of the superfluid fraction. Bottom : oscillation of the classical gas fraction. A damping is present in both signals.

minaires prouvent bien l'existence de superfluidité dans notre l'expérience. À basses températures (couteau 1,037 et 1,045 MHz), le gaz est purement superfluide. À hautes températures (couteau à partir de 1,07 MHz), le gaz est purement classique, et dans un régime intermédiaire les deux composantes sont présentes. L'apparition d'une fraction superfluide est observée en premier à un couteau de 1,065 MHz. On n'observe pas

d'oscillation à la fréquence classique la plus basse donné par (5.16b), $\omega_{S2}/\omega_0 \simeq 0,2$, ce qui est dû à un amortissement du signal plus rapide que la période d'oscillation qui vaut environ 100 ms.

On n'observe pas non plus de décalage clair sur la fréquence du superfluide vers une des fréquences classiques, comme on pourrait l'attendre d'après [148]. Remarquons cependant que la région où se produit l'augmentation de fréquence est très étroite autour de la température critique (environ 10 nK pour 155 nK), ce qui peut expliquer pourquoi nous n'observons pas ce décalage.

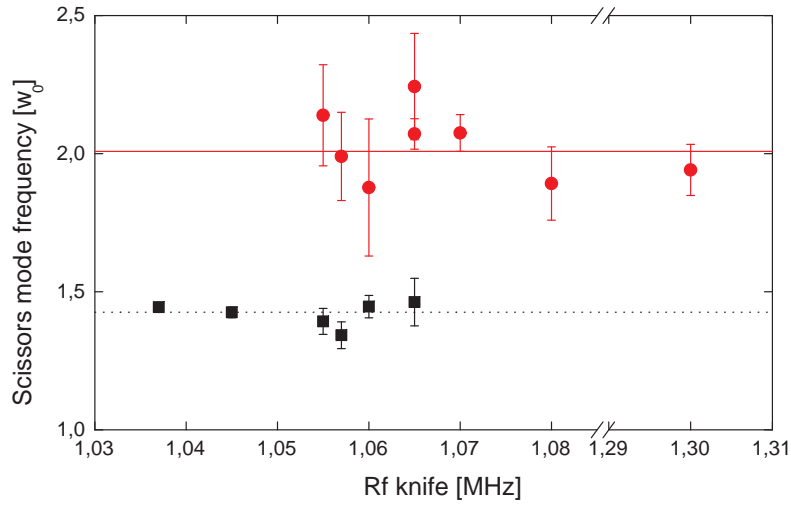


Figure 5.10 — Fréquence du mode ciseau en unité de fréquence moyenne ω_0 en fonction du couteau radiofréquence. Les points carrés noirs sont les données expérimentales pour le superfluide et les cercles rouges sont ceux pour le gaz classique. Le trait pointillé noir est la prédiction théorique $\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}$ pour un superfluide et est en bon accord avec les points expérimentaux. Le trait plein rouge correspond à la fréquence plus haute du mode classique $\omega_x + \omega_y$, et est aussi en bon accord avec les données malgré sa dispersion.

Scissors mode frequency in unities of the averaged trap frequency ω_0 as a function of the rf knife. The black square points are the experimental data for the superfluid and the red circles for the classical gas. The black dotted line is the theoretical prediction $\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}$ for the superfluid and agrees well with the experimental points. The red solid line is the upper frequency for a classical gas, $\omega_x + \omega_y$, and is also in good agreement with our data, regardless of the dispersion of the results.

On trace aussi le taux d'amortissement des oscillations du superfluide en fonction du couteau dans la figure 5.11. On observe une augmentation de ce paramètre avec la température. À basse température, cela peut s'expliquer par un amortissement de Landau, dû à la population thermique des modes de Bogolyubov. Nous menons actuel-

lement des simulations numériques qui semblent aller dans ce sens. Aucune information n'a pu être extraite du taux d'amortissement du gaz classique.

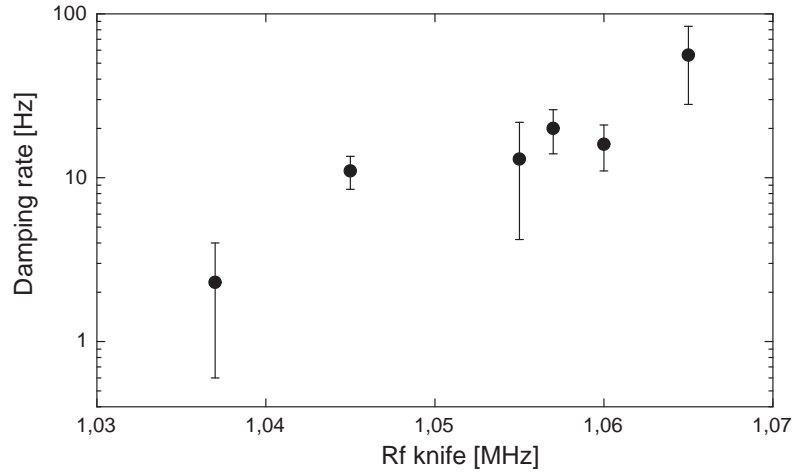


Figure 5.11 — Taux d'amortissement du mode ciseau en fonction du couteau radiofréquence. Les données se réfèrent aux oscillations du superfluide.

Damping rate of the scissors mode as a function of the rf knife. The data correspond to the supefluid oscillations.

Depuis la réalisation des expériences présentées dans ce chapitre, beaucoup de progrès dans la prise et traitement d'images *in situ* a été obtenu. Nous nous attendons à produire des mesures moins bruitées pour ces mêmes expériences, ainsi qu'une détermination du potentiel chimique et de la température du gaz pour chaque image. Cela nous permettra de remplacer l'abscisse par $\mu/(k_B T)$, et de comparer l'apparition du superfluide à la prédiction (1.30) pour la transition BKT.

Conclusion

Au cours de ce travail de thèse, nous avons mis au point un système stable qui produit un gaz quasi-2D dégénéré présentant une fraction superfluide, et nous avons étudié les modes collectifs dans ce gaz.

La production du nuage 2D se fait en deux parties. D’abord on produit un condensat de Bose-Einstein par évaporation dans un piège quadrupolaire bouché par un faisceau laser très désaccordé. Le bouchon optique crée une barrière de potentiel répulsive qui expulse les atomes du zéro de champ magnétique en évitant des transitions Majorana par renversement de spin. La position du faisceau est optimisée pour diminuer les pertes d’atomes et permettre un chargement optimal de ces derniers dans un piège purement magnétique. Nous avons montré que les transitions Majorana sont plus importantes à gradient magnétique plus grand, et qu’une phase de décompression du piège pendant le refroidissement par évaporation est essentielle pour rendre le bouchon optique efficace pour l’obtention du condensat. Le condensat est ensuite transféré vers un piège purement magnétique et naturellement anisotrope par habillage des atomes avec un champ radiofréquence, le piège quadrupolaire habillé. Nous montrons que la durée de vie des atomes habillés est très longue à faible gradient magnétique — situation où les pertes par transition Landau-Zener sont négligeables — et que le chauffage résiduel du piège est assez faible pour qu’on puisse envisager mener des expériences nécessitant bonne stabilité et excellente durée de vie, comme par exemple produire des courants permanents de superfluides.

Les potentiels adiabatiques sont remarquablement flexibles, ce qui rend possible la réalisation de nuages très anisotropes dans le régime quasi-2D. Nous avons montré que, par évaporation dans le piège habillé, le gaz quasi-2D peut être amené en dessous de la transition superfluide de Berezinskii-Kosterlitz-Thouless. Nous avons tiré parti de la souplesse du piège et du contrôle de notre source radiofréquence pour exciter de façon optimale plusieurs modes collectifs. L’observation des modes quadrupolaire et ciseau en accord avec les prédictions théoriques dans des nuages suffisamment évaporés prouvent bien la présence d’une fraction superfluide dans le gaz, et elle peut être utilisée comme signature de superfluidité. Des progrès sur l’extraction de la température et du potentiel chimique à partir d’une image *in situ* du gaz sont en cours, et cela nous permettra de préciser le point critique d’apparition du superfluide et de le comparer à la valeur

attendue pour la transition BKT. Nous avons aussi étudié le mode monopolaire, et mis en évidence pour la première fois un effet de la troisième dimension sur la fréquence de ce mode.

Des améliorations sur le montage actuel sont en cours de réalisation. L'installation d'une nouvelle caméra pour l'imagerie verticale nous permettra de prendre plus rapidement des images par dessus des atomes. Le changement des alimentations des bobines du piège magnéto-optique permettra d'augmenter de 35% le gradient magnétique lors du transport des atomes vers la cellule science. Cela permettra de diminuer le volume du gaz transporté et d'augmenter l'efficacité de transport. De plus, des switchs pour ces nouvelles alimentations sont en cours de développement, et il sera possible d'ajouter une phase de pompage optique avant le transfert des atomes dans le piège magnétique. Ainsi, plus d'atomes à une température plus faible seront transférés et transportés, en améliorant de façon significative le point de départ de l'évaporation dans le piège quadrupolaire bouché.

Une nouvelle phase débute dans l'expérience. Nous envisageons de créer un piège annulaire en ajoutant un confinement optique vertical sur les atomes habillés, et en les déplaçant à l'équateur de la bulle isomagnétique [129]. Cette géométrie de piège est favorable à l'établissement de courants superfluides permanents et offre une richesse de possibilités à exploiter. Le premier piège annulaire confinant un condensat de Bose-Einstein a été réalisé en 2005 dans le groupe de D. Stamper-Kurn [163], et la première observation d'un courant permanent dans un condensat de forme toroïdale a eu lieu en 2007 par le groupe de W. D. Phillips [54]. Plusieurs études en dimension trois ont suivi : l'effet d'une barrière tunnel placée dans l'anneau sur la stabilité de la circulation [164], la mise en évidence des sauts de la circulation du gaz résultant de la rotation de la barrière [165] — ce qui montre la sensibilité du condensat à des rotations et représente l'analogie atomique d'un SQUID — l'amortissement quantifié rapide de la circulation du gaz quand la vitesse de rotation excède une vitesse critique, et un courant metastable persistant pendant plus d'une minute dans le cas contraire [166], et enfin la stabilité du courant dans un condensat spineur composé de deux états de spin en fonction de la polarisation [167].

Le piège annulaire que nous envisageons de créer nous permettra de produire des courants permanents avec des gaz quasi-2D et de mener des études orientées vers les propriétés de superfluidité selon la dimensionnalité du gaz. Dans l'optique de la réalisation expérimentale de l'anneau, l'installation sur le montage du faisceau laser et de la lame de phase qui créerons la nappe de lumière est en cours. Ce faisceau permettra de confiner très fortement les atomes selon la direction verticale, dans le but d'explorer le régime quasi-2D. Le gradient magnétique, qui déterminera la fréquence d'oscillation radiale de l'anneau, sera maintenu à une valeur assez faible afin de réduire les pertes d'atomes par transition Landau-Zener et de permettre l'observation d'un courant superfluide pendant quelques minutes. Pour induire la rotation du gaz dans l'anneau, nous avons prévu un modulateur acousto-optique bidirectionnel qui fera tourner un faisceau laser focalisé dans le plan des atomes, avec une vitesse contrôlable. Le moment cinétique, imposé par la vitesse de rotation, sera aussi contrôlable, et à vitesse de rotation nulle le faisceau peut servir de barrière. Les perspectives de l'expérience sont

prometteuses, et nous espérons élucider des questions ouvertes dans ce riche domaine, comme par exemple la stabilité d'un supercourant selon la dimension ou la possibilité de former des superpositions quantiques macroscopiques (états NOON).

Annexes

Annexe A

Imagerie verticale du gaz 2D

Cet annexe est consacré à l'imagerie verticale des gaz quasi-2D dans notre expérience. Pendant ces dernières années, de grands progrès ont été réalisés dans l'analyse d'images des gaz 2D. Le groupe de Jean Dalibard a développé une méthode fiable pour mesurer la température et le potentiel chimique à partir du profil de densité du gaz [168, 169]. Les mêmes grandeurs peuvent être extraites à partir du profil d'impulsion, comme l'a montré le groupe de Philippe Bouyer et Thomas Bourdel [170]. Je présenterai dans §A.1 le système d'imagerie vertical que nous avons construit et qui permet d'imager des gaz 2D *in situ* ou en temps de vol avec un grandissement de 7,9. La section §A.2 de cet annexe est dédiée à l'imagerie proprement dite des nuages denses [171] et à l'analyse d'images. Vu la possibilité d'imager le gaz *in situ* ou après temps de vol, nous avons appliqué les deux méthodes mentionnées ci dessus.

A.1 Système d'imagerie verticale

L'observation *in situ* des gaz quasi-2D est particulièrement intéressante parce qu'elle donne accès directement à la densité 2D du gaz. Dans le but d'imager par dessus le gaz dans le piège habillé¹, nous avons construit un système d'imagerie verticale. Il a été conçu pour fournir un grandissement de l'ordre de 10 nous permettant d'avoir une image correcte de nuages très petits — mesurant une dizaine de microns comme c'est le cas dans le piège habillé comprimé — soit *in situ* soit en temps de vol.

Le schéma du système est présenté à la figure A.1. On utilise une caméra Andor CCD-DB437-FI pour prendre les images. Son capteur a 512×512 pixels de taille $13 \times 13 \mu\text{m}$. Elle est solidaire d'un système optique composé de quatre lentilles et est accrochée à trois translations qui permettent de déplacer tout le système, caméra et lentilles, selon les trois directions de l'espace. Le déplacement selon la direction z assure le changement du plan focal pour la réalisation d'images *in situ* et en temps de vol des atomes. Par exemple, pour un temps de vol de 25 ms on déplace le système de 3,06 mm vers le bas. Les deux autres directions de déplacement sont dans le plan

1. L'objectif ultime est d'imager les atomes piégés dans un anneau dans le plan horizontal.

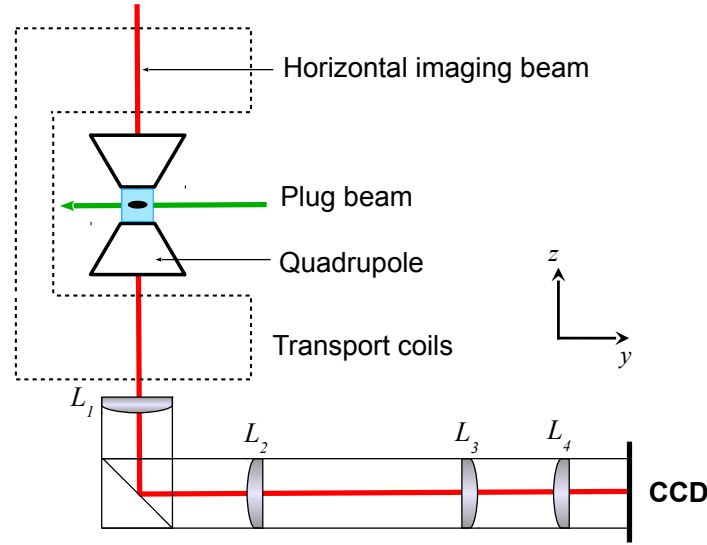


Figure A.1 — Schéma du système d'imagerie verticale montrant la cellule Science, les bobines du quadropôle et l'emplacement des bobines de transport, les optiques, la caméra et le faisceau d'imagerie qui est initialement aligné selon la direction z .

Sketch of the vertical imaging system showing the Science cell, the magnetic coils, the transport coil position, the optical elements, the camera and the imaging laser beam which is initially aligned with the z direction.

horizontal et, pour des raisons d'encombrement, ne coïncident pas avec les directions x et y définies au chapitre 2.

Le faisceau sonde est collimaté en sortie de fibre et son rayon à $1/e^2$ vaut 0,7 mm. Une lame $\lambda/4$ assure la polarisation circulaire du faisceau. Après avoir traversé la cellule science, il passe par le système optique avant d'arriver au capteur CCD de la caméra. Ce système est composé de quatre lentilles : les deux premières agrandissent l'image d'un facteur deux et les deux dernières d'un facteur cinq environ. Les lentilles sont localisées à l'intérieur d'un tube coudé, contenant aussi un miroir, ce qui permet d'assurer le centrage de toutes les optiques sur l'axe. Le tube est fixé à la caméra et constitue avec celle-ci un seul bloc qui peut être déplacé.

Je donne dans la suite une vue dépliée du système optique, qui peut être suivi sur la figure A.2. L'objectif L_1 du système est un doublet de focale $f_1 = 100$ mm placé à distance focale des atomes. Cette lentille a été choisie pour être le plus proche possible des atomes, en maximisant l'ouverture numérique. Le facteur limitant pour avoir une focale plus courte est l'emplacement des bobines de transport côté cellule, qui empêche l'installation de toute optique à une distance des atomes plus petite que 99 mm selon z . La deuxième lentille L_2 est un doublet de focale $f_2 = 200$ mm placée à environ 200 mm de L_1 . Elle produit l'image des atomes agrandie de $M_{th1} = 2$ à la distance f_2 de L_2 . Après cette première série, on place dans l'ordre deux autres lentilles : une asphérique L_3 de focale $f_3 = 15,29$ mm et un doublet L_4 de focale $f_4 = 75$ mm. L_3 est placée à la distance $f_2 + f_3$ de L_2 , de sorte à avoir l'image précédente comme objet qui sera imagé

avec un grandissement $\mathcal{M}_{th2} = 4,9$ sur le capteur de la caméra, à une distance f_4 de L_4 . Avec ce système on attend un grandissement total de $\mathcal{M}_{th} = \mathcal{M}_{th1} \times \mathcal{M}_{th2} = 9,8$. Le tableau A.1 récapitule les lentilles utilisées et leurs caractéristiques.

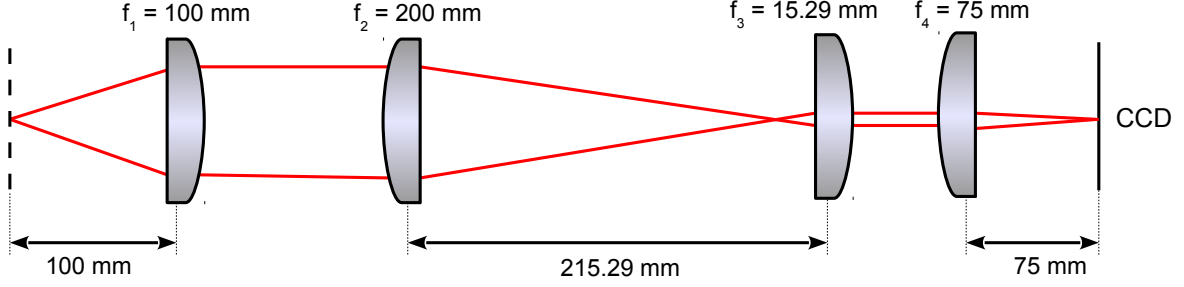


Figure A.2 — Lentilles du système d'imagerie verticale, permettant d'imager les atomes sur la CCD avec un grandissement de 7,9 et une résolution de $4\ \mu\text{m}$.

Lenses of the vertical imaging system, allowing to take an image of the atoms with a magnification 7.9 and a $4\ \mu\text{m}$ resolution.

Lentille	Référence Thorlabs	Focale [mm]	Focale arrière [mm]
L_1	AC254-100-B	100	97,1
L_2	AC254-200-B	200	194,8
L_3	352260-B	15,29	14,0
L_4	AC254-075-B	75	69,9

Tableau A.1 — Référence et caractéristiques des lentilles utilisées dans notre système d'imagerie verticale. L_1 , L_2 et L_4 sont des doublets achromats (par rapport à une seule lentille, le doublet achromat permet d'avoir un spot de taille plus petite, une distance focale presque constante à différents valeurs de longueur d'onde et une meilleure performance pour des faisceaux hors axe) de diamètre 1 pouce et traitement antireflet dans la région 650 – 1050 nm. L_3 est une lentille asphérique (conçue pour éliminer les aberrations sphériques avec une taille de spot limitée par la diffraction) de diamètre 6,5 mm traitée antireflet pour 600 – 1050 nm. La focale arrière se réfère à la distance entre la face la moins courbe et le point de focalisation pour un faisceau incident collimaté.

En réalité, la distance importante à considérer pour l'objectif du système est celle entre le point focal et la face la moins courbe, appelée « focale arrière » (*back focal length*) dans le tableau. Cette distance vaut 97,1 mm pour L_1 et est plus petite que la distance minimale autorisée (99 mm) de tout objet par rapport à la position des atomes piégés, pour des raisons d'encombrement exposées plus haut. Cela implique qu'on ne

peut pas mettre au point une image des atomes, notamment *in situ*, tout en gardant le système décrit. Dans l'absence d'une lentille commerciale adaptée parfaitement à nos besoins, nous avons décidé de modifier légèrement la configuration des lentilles par rapport à celle qui est présentée dans la figure A.2 de manière à mettre au point sur la CCD l'image d'un objet au delà de la distance focale de L_1 .

Pour avoir une marge de sécurité², nous avons choisi de fixer à 105 mm la distance entre l'objet et la première face de L_1 . Après simulation sur le logiciel Zemax, nous avons constaté qu'il fallait réduire la distance entre L_2 et L_3 à 181 mm, en approchant L_2 de L_3 sans toucher au positionnement de L_3 et L_4 . L'ouverture numérique de cette configuration est de 0,12. Le grandissement attendu est de 6,7. La résolution attendue par mesure du rayon rms de l'image d'un objet ponctuel est $2,3 \mu\text{m}$.

Après réglage, nous avons mesuré la résolution et le grandissement du système à l'aide d'une mire USAF 1951, constituée de plusieurs groupes de traits rectangulaires de largeur bien connue et différente selon le groupe. Nous avons analysé le profil intégré des traits de $125 \mu\text{m}$ de largeur. On modélise la fonction de réponse du système d'imagerie par une gaussienne, dont la largeur à $1/e^2$ peut être interprétée comme une mesure de la résolution du système. Ainsi, le profil de chaque trait est ajusté à la convolution d'une fonction créneau avec la fonction de réponse. Cela nous permet de mesurer un grandissement $\mathcal{M} = 7,9$ et une résolution de $4 \mu\text{m}$ [172].

A.2 Imagerie par absorption de nuages denses

Tous les résultats présentés dans ce manuscrit qui concernent la prise d'images d'un gaz quasi-2D dense, y compris ceux du chapitre 5, ont été obtenus avant l'étude sur la prise et le traitement des images verticales que je présente dans la suite de ce chapitre. Cette étude n'est pas terminée, mais elle nous a permis de diagnostiquer plusieurs défauts de notre système d'imagerie et de l'améliorer de façon significative. Les résultats obtenus s'appuyant sur la mesure de fréquences d'oscillation restent toutefois valables : la détermination du centre du nuage et de son axe d'anisotropie sont possibles même si le nombre d'atomes ou la largeur exacte du nuage ne sont pas connus.

Pour prendre une image par absorption d'un nuage quasi-2D dilué, on peut utiliser un faisceau sonde de faible intensité $I_i(x,y)$. Dans ce cas, la probabilité qu'un photon émis par un atome dans l'état excité soit réabsorbé par un atome voisin est négligeable, et ils peuvent être traités indépendamment. Alors la loi de Beer-Lambert modélise bien le système et permet de retrouver la densité spatiale à partir de la densité optique. Pour un gaz 3D, c'est à la densité atomique intégrée dans la direction de la sonde qu'on a accès, voir équation (2.6). Dans le cas d'un gaz 2D et d'une sonde perpendiculaire au plan du gaz, la densité intégrée peut être directement remplacée par la densité spatiale du gaz :

$$n(x,y) = -\frac{1}{\sigma} \ln \left[\frac{I_t(x,y)}{I_i(x,y)} \right]. \quad (\text{A.1})$$

Contrairement au cas 3D, cette expression est valable pour un faisceau d'intensité

2. Bobines de transport mobiles !

quelconque dès que la variation de la section efficace d'absorption avec l'intensité est bien prise en compte :

$$\sigma(I_i) = \frac{\sigma_0}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2} + \frac{I_i}{I_{sat}}}. \quad (\text{A.2})$$

Ici, on a omis par simplicité la dépendance en (x,y) de l'intensité incidente. Cependant, lorsqu'on a un nuage dense³ cette loi n'est plus valable parce que l'échange de photons dans le milieu atomique devient non négligeable. Cela donne lieu à des interactions dipôle-dipôle entre atomes voisins, accompagnées d'un déplacement important des niveaux de la transition atomique. Comme Tarik Yefsah l'a montré dans sa thèse [169], cela réduit la réponse atomique à résonance par rapport à ce que prédit la loi de Beer-Lambert. Pour $\sigma_0 n \simeq 1$, la réduction est de 25%.

Pour s'affranchir des effets collectifs, l'imagerie par absorption fortement saturante s'est révélée efficace pour imager des nuages 3D optiquement épais [171] aussi bien que des nuages 2D denses [169]. L'idée est de saturer la transition atomique pour limiter l'échange de photons entre les atomes. Dans ce régime, le taux de diffusion sature à $\Gamma/2$ photons par seconde. Dans un nuage 2D dense, chaque atome subit l'effet d'écran des atomes voisins et reçoit une intensité effective I_e plus petite que l'intensité incidente I_i [169] :

$$I_e = \frac{1 - e^{-n\sigma}}{n\sigma} I_i. \quad (\text{A.3})$$

La section efficace d'absorption ne dépend pas de I_i mais de I_e . Cette intensité effective est plus petite que l'intensité incidente sauf dans la limite de gaz dilué $n\sigma \ll 1$, quand $I_e \rightarrow I_i$. Pour un faisceau à résonance et en introduisant de façon heuristique le paramètre d'absorption c^* associé à une intensité de saturation effective $c^* I_{sat}$, on a :

$$\sigma(I_e) = \frac{\sigma_0}{c^* + \frac{I_e}{I_{sat}}}, \quad (\text{A.4})$$

Ce paramètre a été introduit parce qu'il n'est pas toujours possible de reproduire expérimentalement le modèle présenté. Par exemple, à cause d'un champ magnétique de piégeage présent dans l'expérience la polarisation de la sonde peut ne pas être bien définie et le modèle d'atome à deux niveaux devient inadéquat. La loi de Beer-Lambert généralisée pour un nuage dense et un faisceau saturant⁴ s'écrit alors [169] :

$$\sigma_0 n(x,y) = -c^* \ln \left[\frac{I_f(x,y)}{I_i(x,y)} \right] + \frac{I_f(x,y) - I_i(x,y)}{I_{sat}}. \quad (\text{A.5})$$

Dans la limite de faible intensité, $I_i, I_f \ll I_{sat}$, le deuxième terme à droite est négligeable et on retrouve la loi de Beer-Lambert avec $\sigma = \sigma_0/c^*$.

3. Quand la distance moyenne entre atomes est plus petite ou de l'ordre de k_L^{-1} , où k_L est le vecteur d'onde associé au faisceau sonde.

4. Les effets collectifs ont été négligés, ce qui peut être justifié par l'utilisation d'un faisceau saturant si le nuage est dense.

On peut obtenir le même type d'expression pour un gaz 3D, valable pour une sonde de forte intensité :

$$\sigma_0 \int n(x,y,z) dz = \underbrace{-c^* \ln \left[\frac{I_f(x,y)}{I_i(x,y)} \right]}_{\equiv d_{og}(x,y)} + \frac{I_i(x,y) - I_f(x,y)}{I_{sat}}. \quad (\text{A.6})$$

Les effets collectifs dus à une densité élevée ne sont pas pris en compte. On appelle le second membre de cette expression la densité optique généralisée $d_{og}(x,y)$.

A.2.1 Calibration de l'absorption

Étant donné une configuration des paramètres expérimentaux (polarisation de la sonde, champ directeur, profil des impulsions...), le paramètre c^* prend une certaine valeur. Dans les mêmes conditions de mesure, la densité optique généralisée ne dépend alors que des propriétés du gaz. On s'appuie sur ce fait pour mesurer c^* dans un gaz 3D. La procédure à suivre consiste à prendre plusieurs images dans les mêmes conditions expérimentales mais en variant l'intensité de la sonde. Pour chaque image, on calcule pixel par pixel la quantité :

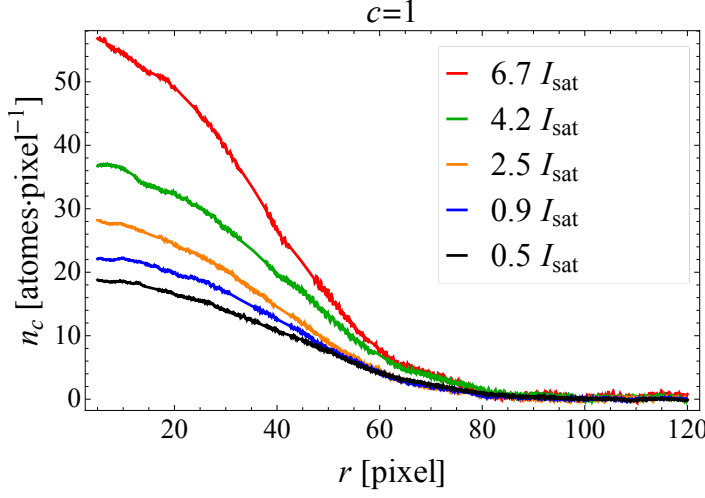
$$n_c(x,y) = \frac{1}{\sigma_0} \left[-c \ln \left[\frac{I_f(x,y)}{I_i(x,y)} \right] + \frac{I_i(x,y) - I_f(x,y)}{I_{sat}} \right], \quad (\text{A.7})$$

et ceci pour plusieurs valeurs de c variant typiquement entre 0 et 10. Quand $c = c^*$, $n_c(x,y)$ coïncide avec la densité atomique intégrée selon z dans la région où les effets collectifs sont négligeables, et toutes les images doivent se superposer. En réalité, pour diminuer le bruit sur les images on fait une moyenne azimutale autour du centre du nuage sur les points de même densité optique, et on obtient à la fin un profil $n_c(r)$ qui dépend de la coordonnée radiale.

Nous avons déterminé le paramètre c^* de notre imagerie verticale en analysant les images des atomes libérés d'un piège habillé isotrope non comprimé après 1 ms de temps de vol. Les paramètres du piège étaient $\omega_{rf} = 2\pi \times 1,2 \text{ MHz}$ et gradient $b' = 55,4 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$. Le nombre d'atomes total, mesuré par imagerie horizontale en temps de vol, était $3,2 \times 10^6$ et la température valait environ 400 nK. Ces conditions correspondent à $\mu_{3D} \simeq 8\hbar\omega_z$, donc un gaz 3D. Nous avons varié l'intensité pic de la sonde entre $0,5I_{sat}$ et $6,7I_{sat}$. La durée de l'impulsion sonde a été ajustée entre $10 \mu\text{s}$ (pour l'impulsion la plus intense) et $80 \mu\text{s}$ (pour l'impulsion la moins intense) de façon à avoir un bon rapport signal à bruit dans les ailes du nuage sans saturer la caméra.

Pour chaque image, on a calculé la quantité $n_c(r)$ en faisant varier c dans l'intervalle $0 \leq c \leq 5$. On néglige les 5 pixels centraux où la haute densité du gaz provoque une saturation du signal qui se traduit par une divergence de $n_c(r)$ (le terme en logarithme diverge si $I_f = 0$). La figure A.3(a) montre les profils obtenus pour $c = 1$, et A.3(b) montre les profils pour $c = 3$. On voit que les profils se superposent mieux sur la dernière figure, sauf celui correspondant à la plus grande intensité qui dévie des autres de façon significative dans la région centrale.

a



b

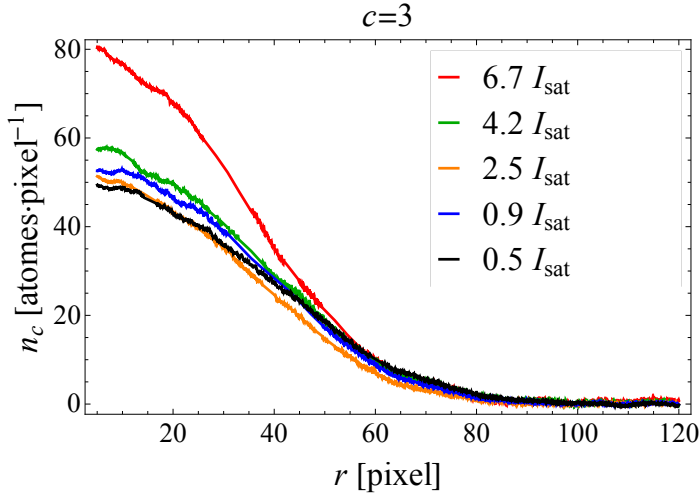


Figure A.3 — Profils de $n_c(r)$ pour cinq valeurs d'intensité pic de la sonde. (a) $c = 1$, (b) $c = 3$.

$n_c(r)$ profiles for five values of the peak probe intensity.

Pour déterminer la valeur de c^* , on calcule l'écart type des profils en fonction de c . Le paramètre c^* correspond à un écart type minimal. Pour éviter les effets de diffusion multiple, on prend plutôt les ailes du gaz pour le calcul. La courbe de la figure A.4 a été obtenue en prenant r entre les pixels 60 et 80, dont résulte $c^* = 2,0$.

On peut aussi tracer c^* en fonction de la coordonnée radiale. Pour cela nous avons réparti le profil de densité en tranches de 10 pixels et nous avons calculé c^* pour chaque tranche. Le résultat obtenu est présenté dans la figure A.5. On note que c^* augmente vers le centre du nuage, ce qui peut être dû à des effets collectifs. En effet, même si la distance entre atomes dans notre cas est plus grande que k_L^{-1} — le vecteur d'onde associé au laser sonde — dans toute l'extension du gaz, le fait d'avoir un signal saturé

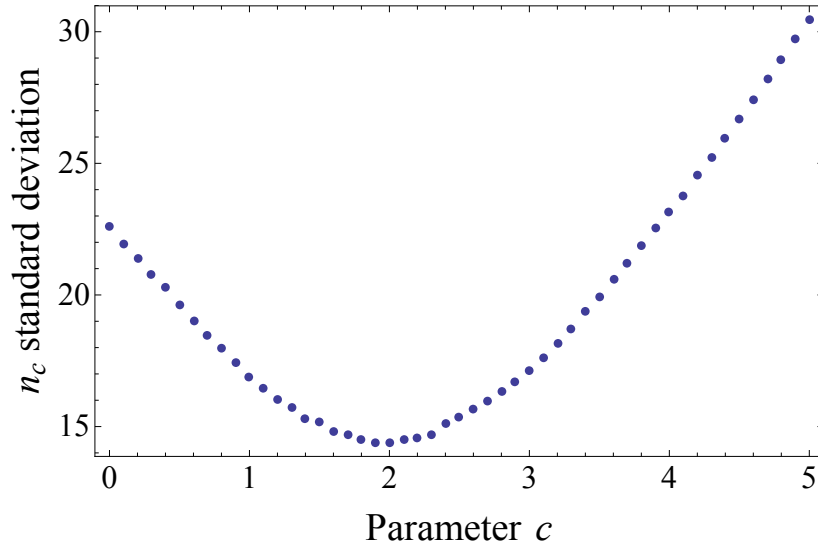


Figure A.4 — Écart type de $n_c(r)$ en fonction de c pour $60 \leq r \leq 80$. On obtient $c^* = 2,0$.

$n_c(r)$ standard deviation as a function of c for $60 \leq r \leq 80$. We deduce $c^ = 2.0$.*

au centre indique qu'après une certaine épaisseur du gaz la sonde est complètement absorbée. Dans la région centrale, les atomes constituant l'épaisseur finale du gaz sont alors plus susceptibles d'absorber des photons diffusés par d'autres atomes que ceux de la sonde, notamment pour les intensités les plus faibles, et la diffusion multiple joue un rôle important. Cela n'explique pourtant pas la variation de c^* que nous avons trouvée dans les ailes du nuage.

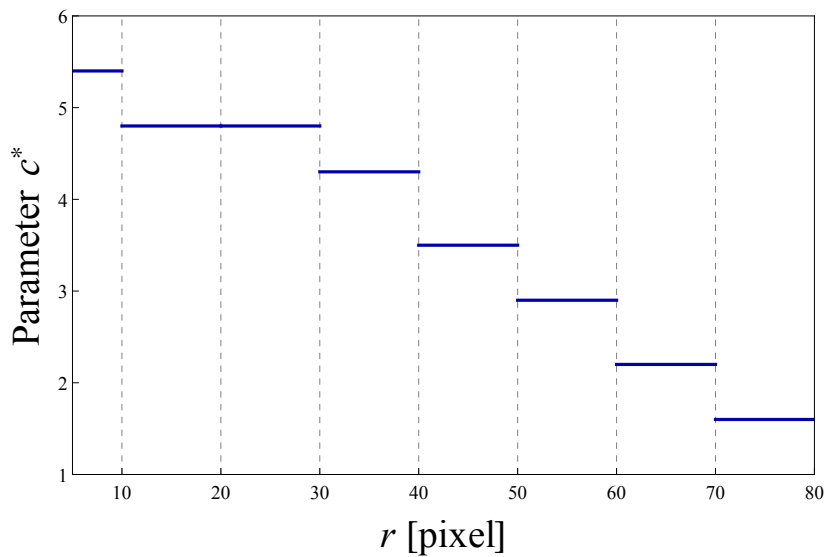


Figure A.5 — c^* en fonction de r par tranches de 10 pixels.

c^ as a function of r by sections of 10 pixels.*

Vu que c^* dépend beaucoup de la position radiale, cette mesure n'est pas concluante pour l'instant. Nous espérons diagnostiquer les éventuels problèmes liés à notre imagerie verticale pour avancer sur ce point ⁵.

A.2.2 Mesure *in situ* de la température

Nous envisageons de pouvoir mener une analyse quantitative sur les images *in situ* du gaz quasi-2D, en extrayant le nombre d'atomes, la température et le potentiel chimique. Pour cela, nous avons fait des tentatives d'ajustement des ailes du gaz à un modèle de champ moyen, méthode expliquée dans la thèse de Steffen Patrick Rath [168].

Le processus comprend deux étapes : une de traitement de l'image en question et une d'ajustement du profil du gaz à un modèle. La première consiste à tracer la densité mesurée du gaz en fonction de la coordonnée radiale par moyen d'une moyenne azimutale $n_m(r)$. Pour calculer la densité dans le plan, nous utilisons la loi de Beer-Lambert généralisée (A.5), valable pour des nuages denses. On détermine le centre du nuage, ses axes propres et son anisotropie par un double ajustement gaussien de la densité. Ensuite on fait une moyenne azimutale de la densité en prenant compte l'anisotropie du gaz, ce qui nous permet d'accéder au profil $n_m(r)$. Cette quantité diffère de la densité réelle du gaz par l'efficacité de détection ⁶ η^* selon la relation $n_m(r) = \eta^* n(r)$. On note que cette étape requiert une bonne calibration du paramètre c^* .

Ensuite on ajuste les ailes du profil à un modèle Hartree-Fock de champ moyen valable pour un gaz de Bose quasi-2D thermique. Ce modèle est bien détaillé dans la thèse de Steffen Patrick Rath [168]. La densité d'atomes dans l'état fondamental de l'oscillateur harmonique vertical s'écrit :

$$n_0(r) = -\frac{1}{\Lambda^2} \ln \left(1 - e^{\beta \left(\mu - \frac{1}{2} M \omega^2 r^2 - 2g n_0 \right)} \right). \quad (\text{A.8})$$

Dans cette expression, on a fait une approximation de densité locale, voir l'équation (1.7). Les interactions entre les atomes de l'état fondamental selon z sont prises en compte par une approximation de champ moyen, ce qui revient à extraire la quantité $2g n_0$ du potentiel chimique local. La dépendance de la densité avec la température est implicite dans les paramètres Λ et β . Pour faire la comparaison avec nos données, on ajoute à $n_0(r)$ la contribution des dix premiers états excités de l'oscillateur harmonique vertical. En négligeant les interactions dans ces états, ce qui peut être justifié par leurs faibles populations, on écrit la densité $n_k(r)$ de l'état excité k comme :

$$n_k(r) = -\frac{1}{\Lambda^2} \ln \left(1 - e^{\beta \left(\mu - \frac{1}{2} M \omega^2 r^2 - k \hbar \omega_z \right)} \right). \quad (\text{A.9})$$

On ajuste la densité mesurée avec ce modèle en tenant compte de l'efficacité de détection, qui est un des paramètres de l'ajustement. On en déduit le potentiel chimique

5. C'était en mesurant une valeur trop élevée pour c^* dans les ailes du gaz (à partir du 40^e pixel), égale à 10, que nous avons pu diagnostiquer et corriger quelques problèmes d'imagerie, notamment une déformation de l'impulsion sonde.

6. Ce paramètre peut être introduit de façon heuristique en remplaçant la largeur Γ du niveau excité de la transition par $\eta^* \Gamma$.

et la température du gaz. Nos premières tentatives de mesure de température d'un gaz quasi-2D en utilisant cette méthode ont révélé des valeurs environ deux fois plus grandes que celles mesurées en temps de vol par imagerie horizontale, sachant que dans cet axe le gaz thermique était ajusté à une gaussienne. Cela nous a conduit à revoir et améliorer nos mesures de température faites dans l'axe horizontal, voir la section A.2.3.

Points à améliorer et limitations

1. Comme exposé plus haut, notre mesure du paramètre c^* n'est pas encore concluante⁷. Depuis nous avons diagnostiqué et résolu un problème dans notre imagerie verticale : comme le temps d'exposition de la première image (celle des atomes) était supérieur à celui des deux autres images (faisceau d'imagerie seul et image du fond), le fond n'était pas correctement soustrait pour la première image, ce qui peut conduire à un mauvais profil de densité. Désormais ce problème est résolu par la prise d'une image supplémentaire avant les autres, de manière que le temps d'exposition pour les trois images importantes soit le même. Une recalibration de c^* après cette modification est souhaitable.
2. La méthode d'ajustement du profil par le modèle Hartree-Fock exige une mesure correcte du profil de densité. Nos profils étaient déformés par une impulsion de repompeur résonnant selon la direction x trop longue et inégalement absorbée par le nuage très dense avant la prise d'image⁸. Pendant l'impulsion, la diffusion multiple de photons dans le gaz dense élargit le nuage et modifie le profil de densité. Pour contourner ce problème, nous avons décidé de diminuer la section efficace des atomes⁹ en désaccordant le laser repompeur de $36,7\Gamma$. Le nuage sera alors optiquement fin, ce qui assure un pompage d'atomes uniforme [173]. On espère imager environ 10% des atomes en utilisant une impulsion repompeur durant $100\mu\text{s}$ et d'intensité $0,6I_{\text{sat}}$.
3. Au lieu d'avoir η^* comme paramètre d'ajustement, nous pouvons le mesurer de façon absolue en fonction de la fraction d'atomes imagée.
4. À cause de la durée d'allumage du champ directeur d'imagerie selon z , nous sommes limités à ne pas faire des images strictement *in situ*, mais avec des temps de vols d'au moins 0,5 ms. En effet, le temps d'allumage du champ à 63% étant $\simeq 250\mu\text{s}$, de l'ordre de la période d'oscillation verticale dans le piège habillé comprimé, le gaz piégé peut être excité durant la procédure. Pour éviter que ce soit le cas, on décide de ne pas imager les atomes encore piégés, mais de faire un temps de vol minimum de 0,5 ms. Ainsi, on allume le champ directeur juste après la coupure du piège.

7. Pour les essais de mesure de T nous avons pris $c^* = 3$, qui correspond au résultat de la calibration en prenant $40 \leq r \leq 80$.

8. La durée des impulsions était 1 ms pour que des photons puissent atteindre les derniers atomes après avoir traversé le gaz selon x .

9. Une autre technique possible et utilisée dans [164] consiste à transférer une fraction des atomes dans l'état $|2,1\rangle$ avec une impulsion micro-onde, et imager ces atomes avec une sonde résonnante.

A.2.3 Mesure en temps de vol de la température par imagerie horizontale

Au long de cette thèse, la température d'un nuage atomique (en dimension trois ou deux) après temps de vol a été déduite de la largeur de la gaussienne qui ajustait au mieux la distribution d'impulsion de la fraction thermique. Motivés par l'écart trouvé entre cette mesure et celle *in situ*, nous avons cherché à comprendre si l'ajustement gaussien était responsable d'une mauvaise estimation de la température.

Pour cela, nous avons modifié la fonction d'ajustement du profil atomique après 25 ms de temps de vol. Nous utilisons le modèle décrit dans la thèse de Thomas Plisson [170]. On prend comme distribution d'impulsion dans le plan xy :

$$n(\vec{k}) = \frac{1}{2\pi M\beta\omega^2} \left(\int_{-\infty}^{\beta\mu} \frac{d\mu_{loc}}{e^{\beta(\hbar^2 k^2/2M + 2gn(\mu_{loc}) - \mu_{loc})} - 1} + \frac{e^{-\beta(\hbar^2 k^2/2M - \mu)}}{e^{\beta\hbar\omega_z}} \right), \quad (\text{A.10})$$

avec

$$n(\mu_{loc}) = -\frac{1}{\Lambda^2} \ln(1 - e^{\beta(\mu_{loc} - 2gn)}). \quad (\text{A.11})$$

Ce modèle pour un gaz de Bose implique une approximation de champ moyen dans l'état fondamental et une approximation de densité locale. En plus, les interactions sont négligées dans les états excités. Pour comparer le modèle avec une image horizontale (dans le plan xz), on intègre le modèle selon k_y , et on intègre numériquement l'image selon z . On obtient un profil unidimensionnel, dont la région qui exclue le centre est ajustée. Les températures qui sortent de l'ajustement sont plus élevées que celles déduites du modèle gaussien, et s'approchent des températures mesurées *in situ*.

Jusqu'à présent, les effets dus à un temps de vol de durée finie n'ont pas été corrigés. En plus, le modèle ne rend compte ni de la transition superfluide ni du quasi-condensat, donc il n'est valable que pour les grandes impulsions ou les températures élevées. La valeur minimale k_0 à prendre pour ajuster le modèle peut être déterminée en vérifiant que les résultats (température, potentiel chimique) restent constants en augmentant k_0 .

A.2.4 Conclusion

Nous comptons avancer très rapidement sur la mesure du paramètre d'absorption c^* , ainsi qu'implémenter les améliorations mentionnées concernant la mesure de température d'un gaz quasi-2D à partir d'images *in situ* ou en temps de vol. En comparant pour la première fois les deux mesures, nous espérons vérifier la fiabilité des deux méthodes et poursuivre des analyses quantitatives sur le gaz quasi-2D.

Annexe B

Calibration de l'antenne de spectroscopie

La spectroscopie d'un nuage confiné apporte des informations sur le piège, comme la valeur du champ magnétique au fond. Il est souhaitable d'utiliser une sonde de faible amplitude pour ne pas perturber le piège. Pour connaître l'effet de la sonde que nous utilisons sur les atomes, nous avons calibré sa pulsation de Rabi Ω_{sonde} en fonction de l'amplitude A_c de la commande envoyée vers le synthétiseur, laquelle est donnée en V_{pp} .

La calibration est réalisée en mesurant le taux de perte d'atomes Γ_{at} en fonction de l'amplitude de la sonde. D'après la règle d'or de Fermi, la pulsation de Rabi dépend de la racine du taux de perte selon l'expression [174] :

$$\Omega_{sonde} = \sqrt{\frac{64}{15} \Delta_s \Gamma_{at}}, \quad (B.1)$$

où Δ_s correspond à la largeur¹ à la base du spectre obtenu. Dans notre cas, nous avons $\Delta_s \approx 40$ kHz pour tous les spectres.

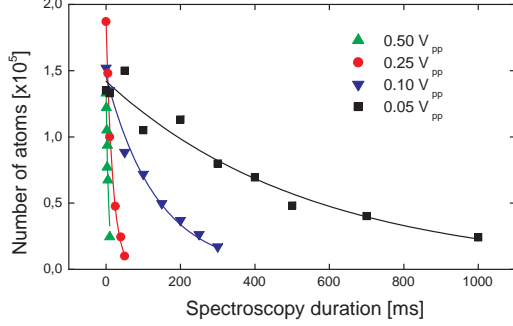
La mesure du taux de perte d'atomes se fait en appliquant un champ radiofréquence résonant pendant une durée variable pour plusieurs valeurs d'amplitude. Dans la figure B.1(a), on présente l'évolution du nombre d'atomes en fonction du temps pour quatre valeurs de A_c . De ces courbes, on extrait $\Gamma_{at}(A_c)$:

$$\begin{aligned} \Gamma_{at}(0,50) &= 140(20) \text{ Hz}, \\ \Gamma_{at}(0,25) &= 56(3) \text{ Hz}, \\ \Gamma_{at}(0,10) &= 7,3(5) \text{ Hz}, \\ \Gamma_{at}(0,05) &= 1,8(2) \text{ Hz}. \end{aligned}$$

Ensuite on trace Ω_{sonde} en fonction de A_c (figure B.1(b)), qui sont en bonne approximation proportionnelles. Un ajustement linéaire des données nous donne la calibration

1. La largeur est définie comme étant la base de la parabole inversée qui ajuste au mieux le spectre.

a



b

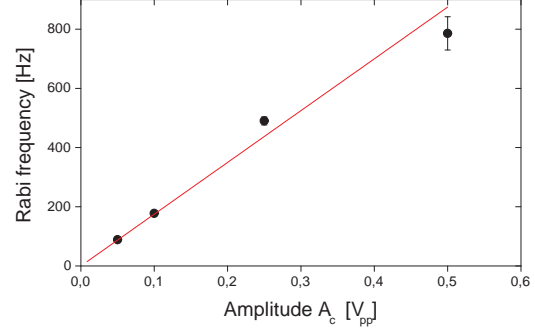


Figure B.1 — (a) Évolution du nombre d'atomes piégés en fonction de la durée de la spectroscopie pour plusieurs amplitudes de commande. Les lignes correspondent à un ajustement exponentiel des données. (b) Calibration de l'antenne de spectroscopie. Fréquence de Rabi en fonction de l'amplitude de commande. Un ajustement linéaire des données (ligne rouge) donne $\Omega_{sonde} = 2\pi \times 1,75(8) \text{ kHz} \cdot V_{pp}^{-1}$.

(a) Evolution of the number of trapped atoms as a function of the spectroscopy duration for different values of rf amplitude. The solid lines correspond to an exponential fit to the data. (b) Spectroscopy coil calibration. Rabi frequency as a function of rf amplitude. The solid red line is a linear fit to the data, giving the calibration $\Omega_{sonde} = 2\pi \times 1,75(8) \text{ kHz} \cdot V_{pp}^{-1}$.

suivante pour l'antenne de spectroscopie :

$$\Omega_{sonde} = 2\pi \times 1,75(8) \text{ kHz} \cdot V_{pp}^{-1}. \quad (\text{B.2})$$

Annexe C

Potentfels adiabatiques

C.1 Expression des potentiels adiabatiques

Dans cet annexe, je calcule le potentiel adiabatique expérimenté par un atome en présence d'un champ statique quadropolaire $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ et d'un champ radiofréquence $\mathbf{B}_{rf}(t)$ homogène. On rappelle l'expression du champ statique :

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = b' (x \mathbf{e}_x + y \mathbf{e}_y - 2z \mathbf{e}_z). \quad (\text{C.1})$$

Le champ radiofréquence oscille à la fréquence $\nu_{rf} = \omega_{rf}/2\pi$ et est polarisé elliptiquement :

$$\mathbf{B}_{rf}(t) = B_x \cos(\omega_{rf}t + \varphi_x) \mathbf{e}_x + B_y \cos(\omega_{rf}t + \varphi_y) \mathbf{e}_y + B_z \cos(\omega_{rf}t + \varphi_z) \mathbf{e}_z. \quad (\text{C.2})$$

Le potentiel adiabatique peut être calculé par un traitement semi classique du système, où le rayonnement est traité comme un champ classique et les niveaux d'énergie de l'atome sont quantifiés. Nous suivons une démarche similaire à celle présentée dans [175]. L'hamiltonien d'interaction entre l'atome de moment magnétique $\boldsymbol{\mu}_m = -g_F \mu_B \mathbf{F}/\hbar$ et le champ magnétique total est :

$$\mathcal{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{g_F \mu_B}{\hbar} \mathbf{F} \cdot [\mathbf{B}(\mathbf{r}) + \mathbf{B}_{rf}(t)]. \quad (\text{C.3})$$

On choisit comme axe de quantification la direction du champ magnétique statique locale, que l'on appellera Z . On note X et Y les deux axes perpendiculaires à l'axe Z permettant de constituer une base orthonormale. Dans cette base locale, le champ radiofréquence peut être exprimé sous la forme :

$$\mathbf{B}_{rf}(t) = \sum_{i=X,Y,Z} A_i \cos(\omega_{rf}t + \varphi_i) \mathbf{e}_i, \quad (\text{C.4a})$$

$$\mathbf{B}_{rf}(t) = \sum_{i=X,Y,Z} A_i(t) \mathbf{e}_i. \quad (\text{C.4b})$$

La composante $A_Z(t)$ du champ radio-fréquence est parallèle au champ statique. Nous verrons plus tard la définition exacte de X et Y , ainsi que le calcul de chaque composante de $\mathbf{B}_{rf}(t)$ dans la base locale. L'hamiltonien se réécrit comme :

$$\mathcal{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{g_F \mu_B}{\hbar} [F_Z B(\mathbf{r}) + F_Z A_Z(t) + F_X A_X(t) + F_Y A_Y(t)]. \quad (\text{C.5})$$

F_X , F_Y et F_Z sont les projections du moment cinétique total \mathbf{F} selon X , Y et Z , respectivement. La composante du champ rf $A_Z(t)$ parallèle au champ statique ne couple pas les sous-niveaux Zeeman du niveau hyperfin considéré. En fait, elle ne peut induire que des transitions π entre niveaux hyperfins satisfaisant $\Delta m_F = 0$, ce qui peut être négligé car les fréquences ν_{rf} utilisées (typiquement entre 150 kHz et 3,5 MHz) sont très inférieures à l'écart entre niveaux hyperfins (6,8 GHz pour le ^{87}Rb). Pour cette raison, dans la suite on néglige le terme du hamiltonien contenant $A_Z(t)$.

On cherche une solution du hamiltonien dans le repère tournant à la fréquence ω_{rf} autour de Z , lequel dépend de la position et du temps. Pour cela, on effectue une rotation d'angle $-\omega_{rf}t$ autour de l'axe Z à l'aide de l'opérateur quantique $R_Z(-\omega_{rf}t) = e^{\frac{i\omega_{rf}tF_Z}{\hbar}}$. Ainsi, si $\Psi(t)$ est le spineur solution de l'équation de Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \mathcal{H}(\mathbf{r}, t) \Psi(t), \quad (\text{C.6})$$

le spineur dans le repère tournant (indiqué par un exposant R) $\Psi^R(t) = R_Z(-\omega_{rf}t) \Psi(t)$ est solution de

$$i\hbar \frac{\partial \Psi^R}{\partial t} = \mathcal{H}^R(\mathbf{r}, t) \Psi^R(t), \quad (\text{C.7})$$

avec

$$\mathcal{H}^R(\mathbf{r}, t) = R_Z(-\omega_{rf}t) \mathcal{H}(\mathbf{r}, t) R_Z^\dagger(-\omega_{rf}t) - \omega_{rf} F_Z. \quad (\text{C.8})$$

En remplaçant l'expression de l'hamiltonien donné en (C.5), on obtient :

$$\mathcal{H}^R(\mathbf{r}, t) = -\delta(\mathbf{r}) F_Z + \mathcal{H}_\perp^R(\mathbf{r}, t), \quad (\text{C.9})$$

où

$$\delta(\mathbf{r}) = \omega_{rf} - \frac{g_F \mu_B}{\hbar} B(\mathbf{r}), \quad (\text{C.10})$$

$$\mathcal{H}_\perp^R(\mathbf{r}, t) = e^{\frac{i\omega_{rf}tF_Z}{\hbar}} F_X e^{\frac{-i\omega_{rf}tF_Z}{\hbar}} a_X(t) + e^{\frac{i\omega_{rf}tF_Z}{\hbar}} F_Y e^{\frac{-i\omega_{rf}tF_Z}{\hbar}} a_Y(t), \quad (\text{C.11})$$

et la radiofréquence a été exprimée en unités de fréquence, $a_i(t) = \frac{g_F \mu_B}{\hbar} A_i(t)$ pour $i = X, Y, Z$. L'opérateur rotation commute avec F_Z , et par conséquent le terme correspondant au champ statique reste inchangé. Les deux termes orthogonaux sont obtenus à l'aide des relations de commutation $[F_X, F_Z] = -i\hbar F_Y$

$$\mathcal{H}_\perp^R(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} [(F_+ e^{i\omega_{rf}t} + F_- e^{-i\omega_{rf}t}) a_X(t) + i(F_- e^{-i\omega_{rf}t} - F_+ e^{i\omega_{rf}t}) a_Y(t)] \quad (\text{C.12})$$

où

$$F_+ = F_X + iF_Y, \quad F_- = F_X - iF_Y. \quad (\text{C.13})$$

On remplace dans l'équation (C.12) l'expression de $A_X(t)$ et $A_Y(t)$:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_\perp^R(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{4}[(F_+e^{i\omega_{rf}t} + F_-e^{-i\omega_{rf}t})a_X(e^{i(\omega_{rf}t+\varphi_X)} + e^{-i(\omega_{rf}t+\varphi_X)}) + \\ &\quad i(F_-e^{-i\omega_{rf}t} - F_+e^{i\omega_{rf}t})a_Y(e^{i(\omega_{rf}t+\varphi_Y)} + e^{-i(\omega_{rf}t+\varphi_Y)})] \\ &= \frac{1}{4}[(F_+e^{-i\varphi_X} + F_+e^{i(2\omega_{rf}t+\varphi_X)} + F_-e^{i\varphi_X} + F_-e^{-i(2\omega_{rf}t+\varphi_X)})a_X + \\ &\quad i(F_-e^{i\varphi_Y} + F_-e^{-i(2\omega_{rf}t+\varphi_Y)} - F_+e^{-i\varphi_Y} - F_+e^{i(2\omega_{rf}t+\varphi_Y)})a_Y] \quad (\text{C.14})\end{aligned}$$

On peut maintenant appliquer l'approximation résonante en négligeant les termes qui oscillent à la pulsation $2\omega_{rf}$, parce qu'ils seront moyennés à zéro sur un temps grand devant leur période. Pour un facteur de Landé positif, cette approximation revient à négliger le couplage non résonant entre les sous-niveaux Zeeman induit par la composant σ^- de la radiofréquence. On a finalement l'hamiltonien indépendant du temps,

$$\begin{aligned}\mathcal{H}^R(\mathbf{r}) &= -\delta(\mathbf{r})F_Z + \frac{1}{4}[(a_Xe^{-i\varphi_X} - ia_Ye^{-i\varphi_Y})F_+ + (a_Xe^{i\varphi_X} + ia_Ye^{i\varphi_Y})F_-], \\ \mathcal{H}^R(\mathbf{r}) &= -\delta(\mathbf{r})F_Z + a^*F_+ + aF_-, \quad (\text{C.15})\end{aligned}$$

avec

$$a = \frac{1}{4}(a_Xe^{i\varphi_X} + ia_Ye^{i\varphi_Y}). \quad (\text{C.16})$$

Dans la base des états propres de F_Z pour un spin atomique 1, ce qui est le cas de notre expérience, les projections de F s'expriment comme :

$$F_+ = \hbar\sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad F_- = \hbar\sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad F_Z = \hbar \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{C.17})$$

Sous forme matricielle, l'hamiltonien dont on cherche les valeurs propres s'écrit :

$$\mathcal{H}^R(\mathbf{r}) = \hbar \begin{pmatrix} \delta & \sqrt{2}a & 0 \\ \sqrt{2}a^* & 0 & \sqrt{2}a \\ 0 & \sqrt{2}a^* & -\delta \end{pmatrix}, \quad (\text{C.18})$$

On trouve trois valeurs propres correspondantes à l'énergie E_{m_F} de chaque état habillé $|m_F\rangle$, avec $m_F = -1, 0$ ou 1 :

$$\begin{aligned}E_{m_F}(\mathbf{r}) &= m_F\hbar\sqrt{\delta(\mathbf{r})^2 + 4|a|^2}, \\ E_{m_F}(\mathbf{r}) &= m_F\hbar\sqrt{\delta(\mathbf{r})^2 + \frac{1}{4}[a_X^2 + a_Y^2 + 2a_Xa_Y\sin(\varphi_X - \varphi_Y)]}. \quad (\text{C.19})\end{aligned}$$

Le terme à droite dans la racine indique l'intensité du couplage entre l'onde radiofréquence et le moment magnétique atomique. Nous nous référons à la racine de ce terme comme la pulsation de Rabi :

$$\Omega(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}\sqrt{a_X^2 + a_Y^2 + 2a_Xa_Y\sin(\varphi_X - \varphi_Y)}. \quad (\text{C.20})$$

Elle dépend de la position vu que la direction du champ statique, qui impose la projection de la rf perpendiculaire, dépend aussi de \mathbf{r} . En plus, la pulsation de Rabi dépend de la géométrie et de la polarisation du champ radiofréquence. Nous verrons dans la suite les cas particuliers d'une polarisation linéaire et circulaire dans le plan xy .

Avant cela, on explicite l'expression du potentiel adiabatique $U_{m_F}(\mathbf{r})$ expérimenté par l'atome habillé, qui est l'énergie de l'état correspondant :

$$U_{m_F}(\mathbf{r}) = m_F \hbar \sqrt{\delta(\mathbf{r})^2 + \Omega(\mathbf{r})^2}. \quad (\text{C.21})$$

Dans cette thèse nous nous intéressons à l'état habillé $|m = 1\rangle$. En négligeant la gravité et les inhomogénéités du couplage, le minimum du potentiel adiabatique se trouve sur la surface $\delta(\mathbf{r}) = 0$

$$\hbar\omega_{rf} = g_F \mu_B B(\mathbf{r}) = g_F \mu_B b' \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}, \quad (\text{C.22})$$

où le champ radiofréquence est résonant avec la différence d'énergie entre les sous-niveaux Zeeman de l'atome et un croisement évité est formé. Cette région constitue une surface isomagnétique dont la valeur du champ magnétique est proportionnelle à la radiofréquence. Dans le cas de notre expérience, où nous avons un champ quadrupolaire, les isomagnétiques sont des ellipsoïdes deux fois plus écrasées dans la direction z , et la fréquence rf détermine la taille de l'ellipsoïde.

C.2 Polarisation linéaire

On considère ici le cas particulier d'un champ radiofréquence polarisé linéairement dans le plan xy . On choisit l'axe de polarisation selon y , cependant le résultat obtenu peut être aisément généralisé pour un axe quelconque de polarisation vu que le champ magnétique statique a une symétrie de révolution autour de l'axe z . L'onde radiofréquence considérée est de la forme :

$$\mathbf{B}_{rf}(t) = B_{rf} \cos(\omega_{rf} t) \mathbf{e}_y. \quad (\text{C.23})$$

Le potentiel habillé est donné par l'équation (C.21). L'inconnu dans son expression est le couplage Rabi en fonction de r , qu'il faut calculer d'après l'équation (C.20). Pour cela, on doit exprimer le champ radiofréquence dans le système de coordonnées local (X, Y, Z) expliqué dans la section précédente. L'axe \mathbf{e}_Z est défini par la direction du champ statique local, qu'on écrit en fonction de deux angles θ et ϕ similaires à ceux en coordonnées sphériques :

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_Z &\equiv \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}} (x \mathbf{e}_x + y \mathbf{e}_y - 2z \mathbf{e}_z), \\ \mathbf{e}_Z &\equiv \sin \theta \cos \phi \mathbf{e}_x + \sin \theta \sin \phi \mathbf{e}_y - \cos \theta \mathbf{e}_z. \end{aligned} \quad (\text{C.24})$$

où

$$\begin{aligned} \sin \phi &= \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \sin \theta &= \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}} \\ \cos \phi &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \cos \theta &= \frac{2z}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}} \end{aligned} \quad (\text{C.25})$$

Les deux vecteurs perpendiculaires sont donnés par les produits vectoriels suivants :

$$\begin{cases} \mathbf{e}_Y & \equiv \frac{\mathbf{e}_Z \times \mathbf{e}_z}{\|\mathbf{e}_Z \times \mathbf{e}_z\|} = \sin \phi \mathbf{e}_x - \cos \phi \mathbf{e}_y, \\ \mathbf{e}_X & \equiv \mathbf{e}_Y \times \mathbf{e}_Z = \cos \theta \cos \phi \mathbf{e}_x + \cos \theta \sin \phi \mathbf{e}_y + \sin \theta \mathbf{e}_z. \end{cases} \quad (\text{C.26})$$

Quand le champ statique est parallèle à l'axe z , ces produits vectoriels ne sont plus définis, et on choisit :

$$\begin{cases} \mathbf{e}_Y & \equiv -\frac{z}{|z|} \mathbf{e}_y, \\ \mathbf{e}_X & \equiv \frac{z}{|z|} \mathbf{e}_x. \end{cases} \quad (\text{C.27})$$

Pour être compatible avec les formules (C.26), cela correspond à définir l'angle ϕ dans ce cas particulier comme suit :

$$\sin \phi = 0, \quad \cos \phi = \frac{z}{|z|}. \quad (\text{C.28})$$

La partie du champ rf qui est perpendiculaire à \mathbf{e}_Z est donnée directement par l'expression $\mathbf{B}_{rf}^\perp(t) = -(\mathbf{B}_{rf}(t) \times \mathbf{e}_Z) \times \mathbf{e}_Z$. On peut montrer que :

$$\begin{cases} \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_Z & = \sin \phi \mathbf{e}_X - \cos \theta \cos \phi \mathbf{e}_Y, \\ \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_Z & = -\cos \phi \mathbf{e}_X - \cos \theta \sin \phi \mathbf{e}_Y. \end{cases} \quad (\text{C.29})$$

En utilisant le champ donné dans (C.23), cela nous amène à :

$$\mathbf{B}_{rf}^\perp(t) = B_{rf} \cos \theta \sin \phi \cos(\omega_{rf} t) \mathbf{e}_X - B_{rf} \cos \phi \cos(\omega_{rf} t) \mathbf{e}_Y, \quad (\text{C.30})$$

qui est le champ radiofréquence perpendiculaire à l'axe de quantification dans les coordonnées locales. Par identification avec (C.4), on a :

$$\begin{cases} A_X & = B_{rf} \cos \theta \sin \phi, \\ A_Y & = -B_{rf} \cos \phi, \\ \varphi_X & = 0, \\ \varphi_Y & = 0. \end{cases} \quad (\text{C.31})$$

L'expression (C.20) peut être appliquée pour le calcul final de la pulsation de Rabi :

$$\Omega(\mathbf{r}) = \Omega_0 \sqrt{\frac{x^2 + 4z^2}{x^2 + y^2 + 4z^2}}, \quad (\text{C.32})$$

où

$$\Omega_0 = \frac{|g_F| \mu_B}{2\hbar} B_{rf} \quad (\text{C.33})$$

est la valeur de $\Omega(\mathbf{r})$ dans le plan $y = 0$. Ce résultat peut être facilement généralisé pour un champ polarisé linéairement dans le plan xy selon un axe quelconque y' qui fait

un angle a_y avec y , c'est-à-dire $\mathbf{e}_{y'} = -\sin a_y \mathbf{e}_x + \cos a_y \mathbf{e}_y$. On appelle x' la direction orthogonale dans le plan, avec $\mathbf{e}_{x'} = \cos a_y \mathbf{e}_x + \sin a_y \mathbf{e}_y$. Alors,

$$\Omega(\mathbf{r}) = \Omega_0 \sqrt{\frac{x'^2 + 4z^2}{x'^2 + y'^2 + 4z^2}}. \quad (\text{C.34})$$

On remarque que le couplage vaut zéro dans l'axe de polarisation de la rf, et dans ce cas on a deux minima de potentiel autour des points d'intersection entre cet axe et la surface isomagnétique correspondante au croisement évité. Les deux points de couplage nul entre le moment magnétique atomique et le champ radiofréquence correspondent à des « trous » du potentiel habillé, à travers lesquels les atomes peuvent s'échapper.

C.3 Polarisation circulaire

On considère ici un champ radiofréquence de polarisation circulaire (σ^+ ou σ^-) dans le plan xy :

$$\mathbf{B}_{rf}(t) = \frac{B_{rf}}{2} \left[\cos(\omega_{rf}t) \mathbf{e}_x + \cos\left(\omega_{rf}t \pm \frac{\pi}{2}\right) \mathbf{e}_y \right]. \quad (\text{C.35})$$

Pour calculer $\Omega(\mathbf{r})$, on suit la même procédure décrite précédemment. D'abord on calcule $\mathbf{B}_{rf}^\perp(t)$:

$$\begin{aligned} 2\mathbf{B}_{rf}^\perp(t) = & B_{rf} \cos \theta [\cos \phi \cos(\omega_{rf}t) \mp \sin \phi \sin(\omega_{rf}t)] \mathbf{e}_X + \\ & B_{rf} [\sin \phi \cos(\omega_{rf}t) \pm \cos \phi \sin(\omega_{rf}t)] \mathbf{e}_Y. \end{aligned} \quad (\text{C.36})$$

Après avoir mis ce champ sous la forme de l'équation (C.4), on obtient :

$$\begin{cases} 2A_X &= B_{rf} \cos \theta, \\ 2A_Y &= B_{rf}, \\ \varphi_X &= \pm \phi, \\ \varphi_Y &= \pm(\phi - \frac{\pi}{2}). \end{cases} \quad (\text{C.37})$$

La pulsation de Rabi qui en résulte vaut :

$$\Omega(\mathbf{r}) = \frac{\Omega_0}{2} \left(1 \pm \frac{2z}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}} \right). \quad (\text{C.38})$$

Selon le signe dans cette équation, le couplage s'annule au pôle nord (signe $-$) ou au pôle sud (signe $+$). Dans ce cas, le minimum de potentiel est unique autour du point de couplage nul.

Bibliographie

- [1] A. EINSTEIN, « Quantentheorie des einatomigen idealen Gases ». *Sitzungsber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.*, 261–267 (1924).
- [2] A. EINSTEIN, « Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Zweite Abhandlung ». *Sitzungsber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.*, 3–14 (1925).
- [3] S.N. BOSE, « Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese ». *Z. Phys.* **26**, 178–181 (1924).
- [4] LONDON F., « The λ -phenomenon of liquid helium and the Bose-Einstein degeneracy ». *Nature* **141**, 643 (1938).
- [5] E.P. GROSS, « Structure of a quantized vortex in boson systems ». *Nuovo Cimento* **20**, 454–477 (1961).
- [6] L.P. PITAEVSKII, « Vortex lines in an imperfect Bose gas ». *Sov. Phys. JETP* **13**, 451–454 (1961).
- [7] D. J. WINELAND, R. E. DRULLINGER et F. L. WALLS, « Radiation-Pressure Cooling of Bound Resonant Absorbers ». *Phys. Rev. Lett.* **40**, 1639–1642 (Jun 1978). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.40.1639> .
- [8] W. NEUHAUSER, M. HOHENSTATT, P. TOSCHEK et H. DEHMELT, « Optical-Sideband Cooling of Visible Atom Cloud Confined in Parabolic Well ». *Phys. Rev. Lett.* **41**, 233–236 (Jul 1978). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.41.233> .
- [9] STEVEN CHU, L. HOLLBERG, J. E. BJORKHOLM, ALEX CABLE et A. ASHKIN, « Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure ». *Phys. Rev. Lett.* **55**, 48–51 (Jul 1985). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.55.48> .
- [10] E.L. RAAB, M. PRENTISS, A. CABLE, S. CHU et D.E. PRITCHARD, « Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure ». *Phys. Rev. Lett.* **59** (23), 2631–2634 (1987).
- [11] ALAN L. MIGDALL, JOHN V. PRODAN, WILLIAM D. PHILLIPS, THOMAS H. BERGEMAN et HAROLD J. METCALF, « First Observation of Magnetically Trapped Neutral Atoms ». *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2596–2599 (Jun 1985). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.54.2596> .

- [12] S. CHU, J.E. BJORKHOLM, A. ASHKIN et A. CABLE, « Experimental observation of optically trapped atoms ». *Phys. Rev. Lett.* **57** (3), 314–317 (1986).
- [13] H.F. HESS, « Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen ». *Phys. Rev. B* **34**, 3476 (1986).
- [14] N. MASUHARE, J.M. DOYLE, J.C. SANDBERG, D. KLEPPNER, T.J. GREYTAK, H.F. HESS et KOCHANSKI G.P., « Evaporative cooling of spin-polarized atomic hydrogen ». *Phys. Rev. Lett.* **61** (8), 935–938 (1988).
- [15] WOLFGANG PETRICH, MICHAEL H. ANDERSON, JASON R. ENSHER et ERIC A. CORNELL, « Stable, Tightly Confining Magnetic Trap for Evaporative Cooling of Neutral Atoms ». *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3352–3355 (Apr 1995). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.74.3352> .
- [16] KENDALL B. DAVIS, MARC-OLIVER MEWES, MICHAEL A. JOFFE, MICHAEL R. ANDREWS et WOLFGANG KETTERLE, « Evaporative Cooling of Sodium Atoms ». *Phys. Rev. Lett.* **74**, 5202–5205 (Jun 1995). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.74.5202> .
- [17] M.H. ANDERSON, J.R. ENSHER, M.R. MATTHEWS, C.E. WIEMAN et E.A. CORNELL, « Observation of Bose–Einstein condensation in a dilute atomic vapor ». *Science* **269**, 198–201 (1995).
- [18] K.B. DAVIS, M.-O. MEWES, M.R. ANDREWS, N.J. VAN DRUTEN, D.S. DURFEE, D.M. KURN et W. KETTERLE, « Bose–Einstein condensation in a gas of sodium atoms ». *Phys. Rev. Lett.* **75** (22), 3969–3973 (1995).
- [19] S. JOCHIM, M. BARTENSTEIN, A. ALTMAYER, G. HENDL, S. RIEDL, C. CHIN, J. HECKER DENSCHLAG et R. GRIMM, « Bose-Einstein Condensation of Molecules ». *Science* **302** (5653), 2101–2103 (2003). <http://www.sciencemag.org/content/302/5653/2101.abstract> .
- [20] J. KASPRZAK, M. RICHARD, S. KUNDERMANN, A. BAAS, P. JEAMBRUN, J. M. J. KEELING, F. M. MARCHETTI, M. H. SZYMANSKA, R. ANDRE, J. L. STAEHLI, V. SAVONA, P. B. LITTLEWOOD, B. DEVEAUD et LE SI DANG, « Bose-Einstein condensation of exciton polaritons ». *Nature* **443**, 409–414 (2006). <http://dx.doi.org/10.1038/nature05131> .
- [21] J. KLAERS, J. SCHMITT, F. VEWINGER et M. WEITZ, « Bose-Einstein condensation of photons in an optical microcavity ». *Nature* **468**, 545–548 (2010). <http://dx.doi.org/10.1038/nature09567> .
- [22] CHENG CHIN, RUDOLF GRIMM, PAUL JULIENNE et EITE TIESINGA, « Feshbach resonances in ultracold gases ». *Rev. Mod. Phys.* **82**, 1225–1286 (Apr 2010). <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.82.1225> .
- [23] S. L. CORNISH, N. R. CLAUSSEN, J. L. ROBERTS, E. A. CORNELL et C. E. WIEMAN, « Stable ^{85}Rb Bose-Einstein Condensates with Widely Tunable Interactions ». *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1795–1798 (Aug 2000). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.85.1795> .
- [24] E. A. DONLEY, N. R. CLAUSSEN, S. L. CORNISH, J. L. ROBERTS, E. A. CORNELL et C. E. WIEMAN, « Dynamics of collapsing and exploding Bose-Einstein condensates ». *Nature* **412**, 295–299 (2001).

- [25] L. KHAYKOVICH, F. SCHRECK, G. FERRARI, T. BOURDEL, J. CUBIZOLLES, L. D. CARR, Y. CASTIN et C. SALOMON, « Formation of a Matter-Wave Bright Soliton ». *Science* **296** (5571), 1290–1293 (2002). <http://www.sciencemag.org/content/296/5571/1290.abstract> .
- [26] TINO WEBER, JENS HERBIG, MICHAEL MARK, HANNS-CHRISTOPH NÄGERL et RUDOLF GRIMM, « Bose-Einstein Condensation of Cesium ». *Science* **299** (5604), 232–235 (2003). <http://www.sciencemag.org/content/299/5604/232.abstract> .
- [27] T. KRAEMER, J. HERBIG, M. MARK, T. WEBER, C. CHIN, H.-C. NÄGERL et R. GRIMM, « Optimized production of a cesium Bose-Einstein condensate ». *Applied Physics B* **79** (8), 1013–1019 (2004). <http://dx.doi.org/10.1007/s00340-004-1657-5> .
- [28] K. M. O'HARA, S. L. HEMMER, M. E. GEHM, S. R. GRANADE et J. E. THOMAS, « Observation of a Strongly Interacting Degenerate Fermi Gas of Atoms ». *Science* **298** (5601), 2179–2182 (2002). <http://www.sciencemag.org/content/298/5601/2179.abstract> .
- [29] T. BOURDEL, J. CUBIZOLLES, L. KHAYKOVICH, K. M. F. MAGALHÃES, S. J. J. M. F. KOKKELMANS, G. V. SHLYAPNIKOV et C. SALOMON, « Measurement of the Interaction Energy near a Feshbach Resonance in a ^6Li Fermi Gas ». *Phys. Rev. Lett.* **91**, 020402 (Jul 2003). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.91.020402> .
- [30] IMMANUEL BLOCH, JEAN DALIBARD et WILHELM ZWERGER, « Many-body physics with ultracold gases ». *Rev. Mod. Phys.* **80**, 885–964 (Jul 2008). <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.80.885> .
- [31] D. S. PETROV, C. SALOMON et G. V. SHLYAPNIKOV, « Weakly Bound Dimers of Fermionic Atoms ». *Phys. Rev. Lett.* **93**, 090404 (Aug 2004). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.93.090404> .
- [32] TOSHIYA KINOSHITA, TREVOR WENGER et DAVID S. WEISS, « Observation of a One-Dimensional Tonks-Girardeau Gas ». *Science* **305** (5687), 1125–1128 (2004). <http://www.sciencemag.org/content/305/5687/1125.abstract> .
- [33] V. BEREZINSKII, « Destruction of long-range order in one-dimensional systems having a continuous symmetry group, 2 - quantum systems ». *Sov. Phys. JETP-USSR* **34**, 610 (1972).
- [34] J.M. KOSTERLITZ et D.J. THOULESS, « Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems ». *J. Phys. C : Solid State Phys.* **6**, 1181–1203 (1973).
- [35] Z. HADZIBABIC, P. KRÜGER, M. CHENEAU, B. BATTELIER et J. DALIBARD, « Berezinskii-Kosterlitz-Thouless crossover in a trapped atomic gas ». *Nature* **441**, 1118–1121 (2006).
- [36] IMMANUEL BLOCH, « Ultracold quantum gases in optical lattices ». *Nat Phys* **1**, 23–30 (2005). <http://dx.doi.org/10.1038/nphys138> .

- [37] D. JAKSCH, C. BRUDER, J. I. CIRAC, C. W. GARDINER et P. ZOLLER, « Cold Bosonic Atoms in Optical Lattices ». *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3108–3111 (Oct 1998). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.81.3108> .
- [38] M. GREINER, O. MANDEL, T. ESSLINGER, T.W. HÄNSCH et I. BLOCH, « Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms ». *Nature* **415**, 39–44 (2002).
- [39] P. W. ANDERSON, « Absence of Diffusion in Certain Random Lattices ». *Phys. Rev.* **109**, 1492–1505 (Mar 1958). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.109.1492> .
- [40] J. BILLY, V. JOSSE, Z. ZUO, A. BERNARD, B. HAMBRECHT, P. LUGAN, D. CLEMENT, L. SANCHEZ-PALENCIA, P. BOUYER et A. ASPECT, « Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder ». *Nature* **453**, 891–894 (2008). <http://dx.doi.org/10.1038/nature07000> .
- [41] G. ROATI, C. D'ERRICO, L. FALLANI, M. FATTORI, C. FORT, M. ZACCANTI, G. MODUGNO, M. MODUGNO et M. INGUSCIO, « Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein condensate ». *Nature* **453**, 895–898 (2008). <http://dx.doi.org/10.1038/nature07071> .
- [42] S. S. KONDOV, W. R. MCGEHEE, J. J. ZIRBEL et B. DEMARCO, « Three-Dimensional Anderson Localization of Ultracold Matter ». *Science* **334** (6052), 66–68 (2011). <http://www.sciencemag.org/content/334/6052/66.abstract> .
- [43] F. JENDRZEJEWSKI, A. BERNARD, K. MULLER, P. CHEINET, V. JOSSE, M. PIRAUD, L. PEZZE, L. SANCHEZ-PALENCIA, A. ASPECT et P. BOUYER, « Three-dimensional localization of ultracold atoms in an optical disordered potential ». *Nat Phys* **8**, 398–403 (2012). <http://dx.doi.org/10.1038/nphys2256> .
- [44] Y.-J. LIN, R. L. COMPTON, A. R. PERRY, W. D. PHILLIPS, J. V. PORTO et I. B. SPIELMAN, « Bose-Einstein Condensate in a Uniform Light-Induced Vector Potential ». *Phys. Rev. Lett.* **102**, 130401 (Mar 2009). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.102.130401> .
- [45] JEAN DALIBARD, FABRICE GERBIER, GEDIMINAS JUZELIŪNAS et PATRIK ÖHBERG, « *Colloquium* : Artificial gauge potentials for neutral atoms ». *Rev. Mod. Phys.* **83**, 1523–1543 (Nov 2011). <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.83.1523> .
- [46] RICHARD P. FEYNMAN, « Simulating physics with computers ». *International Journal of Theoretical Physics* **21** (6-7), 467–488 (1982). <http://dx.doi.org/10.1007/BF02650179> .
- [47] I. BLOCH, J. DALIBARD et S. NASCIMBENE, « Quantum simulations with ultracold quantum gases ». *Nat Phys* **8**, 267–276 (2012). <http://dx.doi.org/10.1038/nphys2259> .
- [48] M.S. ANDREWS, C.G. TOWNSEND, H.-J. MIESNER, D.S. DURFEE, D.M. KURN et W. KETTERLE, « Observation of interference between two Bose-Einstein condensates ». *Science* **275**, 637–641 (1997).

- [49] I. BLOCH, T.W. HÄNSCH et T. ESSLINGER, « Measurement of the spatial coherence of a trapped Bose gas at the phase transition ». *Nature* **403**, 166–170 (2000).
- [50] C. RAMAN, M. KÖHL, R. ONOFRIO, D. S. DURFEE, C. E. KUKLEWICZ, Z. HADZIBABIC et W. KETTERLE, « Evidence for a Critical Velocity in a Bose-Einstein Condensed Gas ». *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2502–2505 (Sep 1999). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.83.2502> .
- [51] M. R. MATTHEWS, B. P. ANDERSON, P. C. HALJAN, D. S. HALL, C. E. WIEMAN et E. A. CORNELL, « Vortices in a Bose-Einstein Condensate ». *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2498–2501 (Sep 1999). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.83.2498> .
- [52] K. W. MADISON, F. CHEVY, W. WOHLLEBEN et J. DALIBARD, « Vortex Formation in a Stirred Bose-Einstein Condensate ». *Phys. Rev. Lett.* **84**, 806–809 (Jan 2000). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.84.806> .
- [53] J. R. ABO-SHAER, C. RAMAN, J. M. VOGELS et W. KETTERLE, « Observation of Vortex Lattices in Bose-Einstein Condensates ». *Science* **292** (5516), 476–479 (2001). <http://www.sciencemag.org/content/292/5516/476.abstract> .
- [54] C. RYU, M. F. ANDERSEN, P. CLADÉ, VASANT NATARAJAN, K. HELMERSON et W. D. PHILLIPS, « Observation of Persistent Flow of a Bose-Einstein Condensate in a Toroidal Trap ». *Phys. Rev. Lett.* **99**, 260401 (Dec 2007). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.99.260401> .
- [55] J. BRAND et W.P. REINHARDT, « Generating ring currents, solitons and vortices by stirring a Bose-Einstein condensate in a toroidal trap ». *J. Phys. B* **34**, L113–L119 (2001).
- [56] I. CHIORESCU, Y. NAKAMURA, C. J. P. M. HARMANS et J. E. MOOIJ, « Coherent Quantum Dynamics of a Superconducting Flux Qubit ». *Science* **299** (5614), 1869–1871 (2003). <http://www.sciencemag.org/content/299/5614/1869.abstract> .
- [57] I. RUDNICK, R. S. KAGIWIDA, J. C. FRASER et E. GUYON, « Third Sound in Adsorbed Superfluid Films ». *Phys. Rev. Lett.* **20**, 430–432 (Feb 1968). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.20.430> .
- [58] H. P. HENKEL, G. KUKICH et J. D. REPPY. Dans *Proceedings of the Eleventh International Conference on Low Temperature Physics, St. Andrews, Scotland, 1968*, édité par J. F. ALLEN, D. M. FINLAYSON et D. M. MCCALL, St. Andrews Univ. Press, St. Andrews, Scotland (1969).
- [59] ISADORE RUDNICK, « Critical Surface Density of the Superfluid Component in ^4He Films ». *Phys. Rev. Lett.* **40**, 1454–1455 (May 1978). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.40.1454> .
- [60] D. J. BISHOP et J. D. REPPY, « Study of the Superfluid Transition in Two-Dimensional ^4He Films ». *Phys. Rev. Lett.* **40**, 1727–1730 (Jun 1978). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.40.1727> .

- [61] PETER KRÜGER, ZORAN HADZIBABIC et JEAN DALIBARD, « Critical Point of an Interacting Two-Dimensional Atomic Bose Gas ». *Phys. Rev. Lett.* **99**, 040 402 (Jul 2007). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.99.040402> .
- [62] T. PLISSON, B. ALLARD, M. HOLZMANN, G. SALOMON, A. ASPECT, P. BOUYER et T. BOURDEL, « Coherence properties of a two-dimensional trapped Bose gas around the superfluid transition ». *Phys. Rev. A* **84**, 061 606 (Dec 2011). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.84.061606> .
- [63] P. CLADÉ, C. RYU, A. RAMANATHAN, K. HELMERSON et W. D. PHILLIPS, « Observation of a 2D Bose Gas : From Thermal to Quasicondensate to Superfluid ». *Phys. Rev. Lett.* **102**, 170 401 (Apr 2009). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.102.170401> .
- [64] S. TUNG, G. LAMPORESI, D. LOBSER, L. XIA et E. A. CORNELL, « Observation of the Presuperfluid Regime in a Two-Dimensional Bose Gas ». *Phys. Rev. Lett.* **105**, 230 408 (Dec 2010). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.105.230408> .
- [65] R. DESBUQUOIS, L. CHOMAZ, T. YEFSAH, J. LÉONARD, J. BEUGNON, C. WEITENBERG et J. DALIBARD, « Superfluid behaviour of a two-dimensional Bose gas ». *Nat. Phys.* **8**, 645 (2012). <http://dx.doi.org/10.1038/nphys2378> .
- [66] D. S. JIN, J. R. ENSHER, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN et E. A. CORNELL, « Collective Excitations of a Bose-Einstein Condensate in a Dilute Gas ». *Phys. Rev. Lett.* **77**, 420–423 (Jul 1996). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.77.420> .
- [67] M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. M. KURN, D. S. DURFEE, C. G. TOWNSEND et W. KETTERLE, « Collective Excitations of a Bose-Einstein Condensate in a Magnetic Trap ». *Phys. Rev. Lett.* **77**, 988–991 (Aug 1996). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.77.988> .
- [68] D. M. STAMPER-KURN, H.-J. MIESNER, S. INOUE, M. R. ANDREWS et W. KETTERLE, « Collisionless and Hydrodynamic Excitations of a Bose-Einstein Condensate ». *Phys. Rev. Lett.* **81**, 500–503 (Jul 1998). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.81.500> .
- [69] D. GUÉRY-ODELIN et S. STRINGARI, « Scissors Mode and Superfluidity of a Trapped Bose-Einstein Condensed Gas ». *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4452–4455 (Nov 1999). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.83.4452> .
- [70] O. M. MARAGÒ, S. A. HOPKINS, J. ARLT, E. HODBY, G. HECHENBLAIKNER et C. J. FOOT, « Observation of the Scissors Mode and Evidence for Superfluidity of a Trapped Bose-Einstein Condensed Gas ». *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2056–2059 (Mar 2000). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.84.2056> .
- [71] ONOFRIO MARAGÒ, GERALD HECHENBLAIKNER, ELEANOR HODBY et CHRISTOPHER FOOT, « Temperature Dependence of Damping and Frequency Shifts of the Scissors Mode of a Trapped Bose-Einstein Condensate ». *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3938–3941 (Apr 2001). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.86.3938> .

- [72] Z. HADZIBABIC et J. DALIBARD, « Two-dimensional Bose fluids : An atomic physics perspective ». *Nuovo Cimento* **34**, 389–434 (2011).
- [73] C. COHEN-TANNOUDJI, *Condensation de Bose-Einstein - Gaz sans interactions*. Cours de physique atomique et moléculaire, Collège de France, année 1997-1998, www.lkb.ens.fr/cours/college-de-france/.
- [74] VANDERLEI BAGNATO et DANIEL KLEPPNER, « Bose-Einstein condensation in low-dimensional traps ». *Phys. Rev. A* **44**, 7439–7441 (Dec 1991). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.44.7439>.
- [75] N. D. MERMIN et H. WAGNER, « Absence of Ferromagnetism or Antiferromagnetism in One- or Two-Dimensional Isotropic Heisenberg Models ». *Phys. Rev. Lett.* **17**, 1307–1307 (Dec 1966). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.17.1307>.
- [76] P. C. HOHENBERG, « Existence of Long-Range Order in One and Two Dimensions ». *Phys. Rev.* **158**, 383–386 (Jun 1967). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.158.383>.
- [77] M. EGOROV, B. OPANCHUK, P. DRUMMOND, B. V. HALL, P. HANNAFORD et A. I. SIDOROV, « Measurement of *s*-wave scattering lengths in a two-component Bose-Einstein condensate ». *Phys. Rev. A* **87**, 053614 (May 2013). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.87.053614>.
- [78] L.P. PITAEVSKII et S. STRINGARI, *Bose-Einstein Condensation*. Oxford University Press (2003).
- [79] L.P. PITAEVSKII, « Trapped Bose-Einstein condensed gas : mean-field approximation and beyond ». Dans *Proceedings of the International School of Physics “Enrico Fermi”, Course CXL*, édité par M. INGUSCIO, S. STRINGARI et C.E. WIEMAN, pages 287–319, IOS Press Ohmsa (1999).
- [80] FRANCO DALFOVO, STEFANO GIORGINI, LEV P. PITAEVSKII et SANDRO STRINGARI, « Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases ». *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463–512 (Apr 1999). <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.71.463>.
- [81] G. HECHENBLAIKNER, J. M. KRUEGER et C. J. FOOT, « Properties of quasi-two-dimensional condensates in highly anisotropic traps ». *Phys. Rev. A* **71**, 013604 (Jan 2005). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.71.013604>.
- [82] D.S. PETROV et G.V. SHLYAPNIKOV, « Interatomic collisions in a tightly confined Bose gas ». *Phys. Rev. A* **64**, 012706, 1–14 (2001).
- [83] STEFFEN P. RATH, TARIK YEFSAH, KENNETH J. GÜNTHER, MARC CHENEAU, RÉMI DESBUQUOIS, MARKUS HOLZMANN, WERNER KRAUTH et JEAN DALIBARD, « Equilibrium state of a trapped two-dimensional Bose gas ». *Phys. Rev. A* **82**, 013609 (Jul 2010). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.82.013609>.

- [84] CHEN-LUNG HUNG, XIBO ZHANG, NATHAN GEMELKE et CHENG CHIN, « Observation of scale invariance and universality in two-dimensional Bose gases ». *Nature* **470**, 236–239 (Feb 2011). <http://dx.doi.org/10.1038/nature09722>.
- [85] TARIK YEFSAH, RÉMI DESBUQUOIS, LAURIANE CHOMAZ, KENNETH J. GÜNTER et JEAN DALIBARD, « Exploring the Thermodynamics of a Two-Dimensional Bose Gas ». *Phys. Rev. Lett.* **107**, 130 401 (Sep 2011). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.107.130401>.
- [86] MAXIM OLSHANII, HÉLÈNE PERRIN et VINCENT LORENT, « Example of a Quantum Anomaly in the Physics of Ultracold Gases ». *Phys. Rev. Lett.* **105**, 095 302 (Aug 2010). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.105.095302>.
- [87] CHRISTOPHE MORA et YVAN CASTIN, « Extension of Bogoliubov theory to quasicondensates ». *Phys. Rev. A* **67**, 053 615 (May 2003). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.67.053615>.
- [88] YVAN CASTIN, « Simple theoretical tools for low dimension Bose gases ». Dans *Proceedings of the euroschool on quantum gases in low dimensions, Les Houches 2003*, édité par L. PRICOUPENKO, H. PERRIN et M. OLSHANII, pages 87–132, J. Phys. IV (2004).
- [89] L.D. LANDAU. *J. Phys. USSR* **5**, 71 (1941).
- [90] P. O. FEDICHEV et G. V. SHLYAPNIKOV, « Critical velocity in cylindrical Bose-Einstein condensates ». *Phys. Rev. A* **63**, 045 601 (Mar 2001). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.63.045601>.
- [91] R. DUBESSY, T. LIENNARD, P. PEDRI et H. PERRIN, « Critical rotation of an annular superfluid Bose-Einstein condensate ». *Phys. Rev. A* **86**, 011 602 (Jul 2012). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.86.011602>.
- [92] J. R. ANGLIN, « Local Vortex Generation and the Surface Mode Spectrum of Large Bose-Einstein Condensates ». *Phys. Rev. Lett.* **87**, 240 401 (Nov 2001). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.87.240401>.
- [93] D. R. NELSON et J. M. KOSTERLITZ, « Universal Jump in the Superfluid Density of Two-Dimensional Superfluids ». *Phys. Rev. Lett.* **39**, 1201–1205 (Nov 1977). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.39.1201>.
- [94] Y. KAGAN, B. V. SVISTUNOV et G. V. SHLYAPNIKOV. *Sov. Phys. JETP* **66**, 314 (1987).
- [95] V.N. POPOV, *Functional integrals and collective modes*. Cambridge University Press, Cambridge (1987).
- [96] D.S. PETROV, D.M. GANGARDT et G.V. SHLYAPNIKOV, « Low-dimensional trapped gas ». Dans *Proceedings of the euroschool on quantum gases in low dimensions, Les Houches 2003*, édité par L. PRICOUPENKO, H. PERRIN et M. OLSHANII, pages 3–44, J. Phys. IV (2004).

- [97] DANIEL S. FISHER et P. C. HOHENBERG, « Dilute Bose gas in two dimensions ». *Phys. Rev. B* **37**, 4936–4943 (Apr 1988). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.37.4936>.
- [98] NIKOLAY PROKOF'EV, OLIVER RUEBENACKER et BORIS SVISTUNOV, « Critical Point of a Weakly Interacting Two-Dimensional Bose Gas ». *Phys. Rev. Lett.* **87**, 270 402 (Dec 2001). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.87.270402>.
- [99] NIKOLAY PROKOF'EV et BORIS SVISTUNOV, « Two-dimensional weakly interacting Bose gas in the fluctuation region ». *Phys. Rev. A* **66**, 043 608 (Oct 2002). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.66.043608>.
- [100] VINAY AMBEGAOKAR, B. I. HALPERIN, DAVID R. NELSON et ERIC D. SIGGIA, « Dissipation in Two-Dimensional Superfluids ». *Phys. Rev. Lett.* **40**, 783–786 (Mar 1978). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.40.783>.
- [101] THOMAS LIENNARD, *Construction d'un montage de condensation de Bose-Einstein de rubidium et étude théorique d'un superfluide en rotation dans un anneau*. Thèse de doctorat, Université Paris 13 (2011).
- [102] PATRICK CHEINET, *Conception et réalisation d'un gravimètre à atomes froids*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI (2006).
- [103] LOÏC MAXEL, « Réalisation et test de bobines de transport magnétique d'atomes froids ». Rapport technique, Université de Cergy Pontoise (2011).
- [104] O. MORIZOT, L. LONGCHAMBON, R. KOLLENGODE EASWARAN, R. DUBESSY, E. KNYAZCHYAN, P.-E. POTTIE, V. LORENT et H. PERRIN, « Influence of the Radio-Frequency source properties on RF-based atom traps ». *The European Physical Journal D* **47** (2), 209–214 (2008). <http://dx.doi.org/10.1140/epjd/e2008-00050-2>.
- [105] OLIVIER MORIZOT, *Pièges radiofréquence très anisotropes pour un condensat de Bose-Einstein*. Thèse de doctorat, Université Paris 13 (2007).
- [106] S. STELLMER, B. PASQUIOU, R. GRIMM et F. SCHRECK, « Laser Cooling to Quantum Degeneracy ». *Phys. Rev. Lett.* **110**, 263 003 (Jun 2013). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.110.263003>.
- [107] E. MAJORANA, « Atomi orientati in campo magnetico variabile ». *Nuovo Cimento* **9**, 43–50 (1932).
- [108] Y.-J. LIN, A. R. PERRY, R. L. COMPTON, I. B. SPIELMAN et J. V. PORTO, « Rapid production of ^{87}Rb Bose-Einstein condensates in a combined magnetic and optical potential ». *Phys. Rev. A* **79**, 063 631 (Jun 2009). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.79.063631>.
- [109] D. S. NAIK et C. RAMAN, « Optically plugged quadrupole trap for Bose-Einstein condensates ». *Phys. Rev. A* **71**, 033 617 (Mar 2005). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.71.033617>.
- [110] MYOUNG-SUN HEO, JAE-YOON CHOI et YONG-IL SHIN, « Fast production of large ^{23}Na Bose-Einstein condensates in an optically plugged magnetic quadrupole trap ». *Phys. Rev. A* **83**, 013 622 (Jan 2011). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.83.013622>.

- [111] R. CHICIREANU, Q. BEAUFILS, A. POUDEROUS, B. LABURTHER-TOLRA, E. MARÉCHAL, J. V. PORTO, L. VERNAC, J. C. KELLER et O. GORCEIX, « Accumulation and thermalization of cold atoms in a finite-depth magnetic trap ». *Phys. Rev. A* **76**, 023406 (Aug 2007). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.76.023406> .
- [112] W. KETTERLE et N.J. VAN DRUTEN, « Evaporative cooling of trapped atoms ». Dans *Advances in atomic, molecular and optical physics*, volume 37, édité par B. BEDERSON et H. WALTHER, pages 181–236, Academic Press (1996).
- [113] O.J. LUITEN, M.W. REYNOLDS et J.T.M. WALRAVEN, « Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas ». *Phys. Rev. A* **53** (1), 381–389 (1996).
- [114] C. COHEN-TANNOUDJI, *Atomes ultra-froids - Piégeage non dissipatif et refroidissement évaporatif*. Cours de physique atomique et moléculaire, Collège de France, année 1996-1997, www.lkb.ens.fr/cours/college-de-france/ .
- [115] R. GRIMM, M. WEIDEMÜLLER et YU.B. OVCHINNIKOV, « Optical dipole traps for neutral atoms ». *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **42**, 95–170 (2000).
- [116] M. E. GEHM, K. M. O'HARA, T. A. SAVARD et J. E. THOMAS, « Dynamics of noise-induced heating in atom traps ». *Phys. Rev. A* **58**, 3914–3921 (Nov 1998). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.58.3914> .
- [117] M. E. GEHM, K. M. O'HARA, T. A. SAVARD et J. E. THOMAS, « Erratum : Dynamics of noise-induced heating in atom traps [Phys. Rev. A 58, 3914 (1998)] ». *Phys. Rev. A* **61**, 029902 (Jan 2000). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.61.029902> .
- [118] O. ZOBAY et B.M. GARRAWAY, « Two-dimensional atom trapping in field-induced adiabatic potentials ». *Phys. Rev. Lett.* **86** (7), 1195–1198 (2001).
- [119] R.J.C. SPREEUW, C. GERZ, L.S. GOLDNER, W.D. PHILLIPS, S.L. ROLSTON, C.I. WESTBROOK, M.W. REYNOLDS et I.F. SILVERA, « Demonstration of neutral atom trapping with microwaves ». *Phys. Rev. Lett.* **72** (20), 3162–3165 (1994).
- [120] Y. COLOMBE, E. KNYAZCHYAN, O. MORIZOT, B. MERCIER, V. LORENT et H. PERRIN, « Ultracold atoms confined in rf-induced two-dimensional trapping potentials ». *Europhys. Lett.* **67** (4), 593–599 (2004).
- [121] T. ESSLINGER, I. BLOCH et T.W. HÄNSCH, « Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe-configuration trap ». *Phys. Rev. A* **58** (4), R2664–R2667 (1998).
- [122] O. MORIZOT, C. L. GARRIDO, P.-E. POTTIE, V. LORENT et H. PERRIN, « Trapping and cooling of rf-dressed atoms in a quadrupole magnetic field ». *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* **40**, 4013–4022 (2007).
- [123] T. SCHUMM, S. HOFFERBERTH, L.M. ANDERSSON, S. WILDERMURTH, I. GROTH, S. ANDBAR-JOSEPH, S. SCHMIEDMAYER et P. J. KRÜGER, « Matter-wave interferometry in a double well on an atom chip ». *Nature Physics* **1**, 57 (2005).
- [124] G.-B. JO, Y. SHIN, S. WILL, T. A. PASQUINI, M. SABA, W. KETTERLE, D. E. PRITCHARD, M. VENGALATTORE et M. PRENTISS, « Long

- Phase Coherence Time and Number Squeezing of Two Bose-Einstein Condensates on an Atom Chip ». *Phys. Rev. Lett.* **98**, 030407 (Jan 2007). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.98.030407> .
- [125] R. J. SEWELL, J. DINGJAN, F. BAUMGARTNER, I. LLORENTE-GARCIA, S. ERIKSSON, E. A. HINDS, G. LEWIS, P. SRINIVASAN, Z. MOKTADIR, C. O. GOLLASCH et M. KRAFT, « Atom chip for BEC interferometry ». *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics* **43** (5), 051003 (2010). <http://stacks.iop.org/0953-4075/43/i=5/a=051003> .
- [126] M.H.T. EXTAVOUR, L.J. LEBLANC, T. SCHUMM, B. CIESLAK, S. MYRSKOG, A. STUMMER, S. AUBIN et J.H. THYWISSSEN, « Dual-species quantum degeneracy of ^{40}K and ^{87}Rb on an atom chip ». *Atomic Physics* **20**, 241 (2006).
- [127] M. WHITE, H. GAO, M. PASIENSKI et B. DEMARCO, « Bose-Einstein condensates in rf-dressed adiabatic potentials ». *Phys. Rev. A* **74**, 023616, 1–4 (2006).
- [128] I. LESANOVSKY, T. SCHUMM, S. HOFFERBERTH, L. M. ANDERSSON, P. KRÜGER et J. SCHMIEDMAYER, « Adiabatic radio-frequency potentials for the coherent manipulation of matter waves ». *Phys. Rev. A* **73**, 033619 (Mar 2006). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.73.033619> .
- [129] O. MORIZOT, Y. COLOMBE, V. LORENT, H. PERRIN et B. GARAWAY, « Ring trap for ultracold atoms ». *Phys. Rev. A* **74**, 023617 (Aug 2006). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.74.023617> .
- [130] PH.W. COURTEILLE, B. DEH, J. FORTÁGH, A. GÜNTHER, S. KRAFT, C. MARZOK, S. SLAMA et C. ZIMMERMANN, « Highly versatile atomic micro traps generated by multifrequency magnetic field modulation ». *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics* **39** (5), 1055 (2006). <http://stacks.iop.org/0953-4075/39/i=5/a=005> .
- [131] C. ZENER, « Non-adiabatic crossing of energy levels ». *Proc. R. Soc. London Ser. A* **137**, 696–702 (1932).
- [132] N.V. VITANOV et K.-A. SUOMINEN, « Time-dependent control of ultracold atoms in magnetic traps ». *Phys. Rev. A* **56** (6), R4377–R4380 (1997).
- [133] O. ZOBAY et B.M. GARRAWAY, « Atom trapping and two-dimensional Bose-Einstein condensates in field-induced adiabatic potentials ». *Phys. Rev. A* **69**, 023605, 1–15 (2004).
- [134] C.V. SUKUMAR et D.M. BRINK, « Spin-flip transitions in a magnetic trap ». *Phys. Rev. A* **56** (3), 2451–2454 (1997).
- [135] R KOLLENGODE EASWARAN, L LONGCHAMBON, P-E POTTIE, V LORENT, H PERRIN et B M GARRAWAY, « RF spectroscopy in a resonant RF-dressed trap ». *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics* **43** (6), 065302 (2010). <http://stacks.iop.org/0953-4075/43/i=6/a=065302> .
- [136] ENRICO VOGT, MICHAEL FELD, BERND FRÖHLICH, DANIEL PERTOT, MARCO KOSCHORRECK et MICHAEL KÖHL, « Scale Invariance and Viscosity of a Two-Dimensional Fermi Gas ». *Phys. Rev. Lett.* **108**, 070404 (Feb 2012). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.108.070404> .

- [137] G. BISMUT, B. PASQUIOU, E. MARÉCHAL, P. PEDRI, L. VERNAC, O. GORCEIX et B. LABURTHE-TOLRA, « Collective Excitations of a Dipolar Bose-Einstein Condensate ». *Phys. Rev. Lett.* **105**, 040 404 (Jul 2010). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.105.040404> .
- [138] DAVID GUÉRY-ODELIN, FRANCESCA ZAMBELLI, JEAN DALIBARD et SANDRO STRINGARI, « Collective oscillations of a classical gas confined in harmonic traps ». *Phys. Rev. A* **60**, 4851–4856 (Dec 1999). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.60.4851> .
- [139] TARUN KANTI GHOSH, « Collective excitation frequencies and damping rates of a two-dimensional deformed trapped Bose gas above the critical temperature ». *Phys. Rev. A* **63**, 013 603 (Dec 2000). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.63.013603> .
- [140] S. STRINGARI, « Collective Excitations of a Trapped Bose-Condensed Gas ». *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2360–2363 (Sep 1996). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.77.2360> .
- [141] Y. CASTIN et R. DUM, « Bose-Einstein condensates in time dependent traps ». *Phys. Rev. Lett.* **77** (27), 5315–5319 (1996).
- [142] L.P. PITAEVSKII et A. ROSCH, « Breathing modes and hidden symmetry of trapped atoms in two dimensions ». *Phys. Rev. A* **55** (2), R853–R856 (1997).
- [143] S. STRINGARI, « Dynamics of Bose-Einstein condensed gases in highly deformed traps ». *Phys. Rev. A* **58**, 2385–2388 (Sep 1998). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.58.2385> .
- [144] PIPPA STOREY et MAXIM OLSHANII, « Closed class of hydrodynamical solutions for the collective excitations of a Bose-Einstein condensate ». *Phys. Rev. A* **62**, 033 604 (Aug 2000). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.62.033604> .
- [145] MARCO COZZINI, SANDRO STRINGARI, VINCENT BRETIN, PETER ROSENBUSCH et JEAN DALIBARD, « Scissors mode of a rotating Bose-Einstein condensate ». *Phys. Rev. A* **67**, 021 602 (Feb 2003). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.67.021602> .
- [146] L. SALASNICH, A. PAROLA et L. REATTO, « Dimensional reduction in Bose-Einstein-condensed alkali-metal vapors ». *Phys. Rev. A* **69**, 045 601 (Apr 2004). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.69.045601> .
- [147] CHRISTOPHER GIES et D. A. W. HUTCHINSON, « Coherence properties of the two-dimensional Bose-Einstein condensate ». *Phys. Rev. A* **70**, 043 606 (Oct 2004). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.70.043606> .
- [148] T. P. SIMULA, M. J. DAVIS et P. B. BLAKIE, « Superfluidity of an interacting trapped quasi-two-dimensional Bose gas ». *Phys. Rev. A* **77**, 023 618 (Feb 2008). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.77.023618> .
- [149] L. PITAEVSKII et S. STRINGARI, « Elementary Excitations in Trapped Bose-Einstein Condensed Gases Beyond the Mean-Field

- Approximation ». *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4541–4544 (Nov 1998). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.81.4541>.
- [150] S. CHIACCHIERA, T. LEPEERS, D. DAVESNE et M. URBAN, « Collective modes of trapped Fermi gases with in-medium interaction ». *Phys. Rev. A* **79**, 033613 (Mar 2009). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.79.033613>.
- [151] THOMAS LEPEERS, DANY DAVESNE, SILVIA CHIACCHIERA et MICHAEL URBAN, « Numerical solution of the Boltzmann equation for the collective modes of trapped Fermi gases ». *Phys. Rev. A* **82**, 023609 (Aug 2010). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.82.023609>.
- [152] SILVIA CHIACCHIERA, THOMAS LEPEERS, DANY DAVESNE et MICHAEL URBAN, « Role of fourth-order phase-space moments in collective modes of trapped Fermi gases ». *Phys. Rev. A* **84**, 043634 (Oct 2011). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.84.043634>.
- [153] MENG KHOON TEY, LEONID A. SIDORENKOV, EDMUNDO R. SÁNCHEZ GUAJARDO, RUDOLF GRIMM, MARK J. H. KU, MARTIN W. ZWIERLEIN, YAN-HUA HOU, LEV PITAEVSKII et SANDRO STRINGARI, « Collective Modes in a Unitary Fermi Gas across the Superfluid Phase Transition ». *Phys. Rev. Lett.* **110**, 055303 (Jan 2013). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.110.055303>.
- [154] EDMUNDO R. SÁNCHEZ GUAJARDO, MENG KHOON TEY, LEONID A. SIDORENKOV et RUDOLF GRIMM, « Higher-nodal collective modes in a resonantly interacting Fermi gas ». *Phys. Rev. A* **87**, 063601 (Jun 2013). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.87.063601>.
- [155] S. CHIACCHIERA, D. DAVESNE, T. ENSS et M. URBAN, « Damping of the quadrupole mode in a two-dimensional Fermi gas : an unsolved puzzle ». *ArXiv e-prints* (Sep 2013). [1309.3651](https://arxiv.org/abs/1309.3651), <http://arxiv.org/abs/1309.3651>.
- [156] D. S. JIN, M. R. MATTHEWS, J. R. ENSHER, C. E. WIEMAN et E. A. CORNELL, « Temperature-Dependent Damping and Frequency Shifts in Collective Excitations of a Dilute Bose-Einstein Condensate ». *Phys. Rev. Lett.* **78**, 764–767 (Feb 1997). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.78.764>.
- [157] F. CHEVY, V. BRETIN, P. ROSENBUSCH, K. W. MADISON et J. DALIBARD, « Transverse Breathing Mode of an Elongated Bose-Einstein Condensate ». *Phys. Rev. Lett.* **88**, 250402 (Jun 2002). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.88.250402>.
- [158] V. BRETIN, P. ROSENBUSCH, F. CHEVY, G. V. SHLYAPNIKOV et J. DALIBARD, « Quadrupole Oscillation of a Single-Vortex Bose-Einstein Condensate : Evidence for Kelvin Modes ». *Phys. Rev. Lett.* **90**, 100403 (Mar 2003). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.90.100403>.
- [159] S. E. POLLACK, D. DRIES, R. G. HULET, K. M. F. MAGALHÃES, E. A. L. HENN, E. R. F. RAMOS, M. A. CARACANHAS et V. S.

- BAGNATO, « Collective excitation of a Bose-Einstein condensate by modulation of the atomic scattering length ». *Phys. Rev. A* **81**, 053 627 (May 2010). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.81.053627> .
- [160] TIN-LUN HO et MICHAEL MA, « Quasi 1 and 2d Dilute Bose Gas in Magnetic Traps : Existence of Off- Diagonal Order and Anomalous Quantum Fluctuations ». *Journal of Low Temperature Physics* **115** (1-2), 61–70 (1999). <http://dx.doi.org/10.1023/A%3A1021894713105> .
- [161] YU. KAGAN, E. L. SURKOV et G. V. SHLYAPNIKOV, « Evolution of a Bose-condensed gas under variations of the confining potential ». *Phys. Rev. A* **54**, R1753–R1756 (Sep 1996). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.54.R1753> .
- [162] L. P. PITAEVSKII, « Dynamics of collapse of a confined Bose gas ». *Phys. Lett. A* **221**, 14 (1996).
- [163] S. GUPTA, K.W. MURCH, K.L. MOORE, T.P. PURDY et D.M. STAMPER-KURN, « Bose-Einstein condensation in a circular waveguide ». *Phys. Rev. Lett.* **95**, 143 201, 1–4 (2005).
- [164] A. RAMANATHAN, K. C. WRIGHT, S. R. MUNIZ, M. ZELAN, W. T. HILL, C. J. LOBB, K. HELMERSON, W. D. PHILLIPS et G. K. CAMPBELL, « Superflow in a Toroidal Bose-Einstein Condensate : An Atom Circuit with a Tunable Weak Link ». *Phys. Rev. Lett.* **106**, 130 401 (Mar 2011). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.106.130401> .
- [165] K. C. WRIGHT, R. B. BLAKESTAD, C. J. LOBB, W. D. PHILLIPS et G. K. CAMPBELL, « Driving Phase Slips in a Superfluid Atom Circuit with a Rotating Weak Link ». *Phys. Rev. Lett.* **110**, 025 302 (Jan 2013). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.110.025302> .
- [166] STUART MOULDER, SCOTT BEATTIE, ROBERT P. SMITH, NAAMAN TAMMUZ et ZORAN HADZIBABIC, « Quantized supercurrent decay in an annular Bose-Einstein condensate ». *Phys. Rev. A* **86**, 013 629 (Jul 2012). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.86.013629> .
- [167] SCOTT BEATTIE, STUART MOULDER, RICHARD J. FLETCHER et ZORAN HADZIBABIC, « Persistent Currents in Spinor Condensates ». *Phys. Rev. Lett.* **110**, 025 301 (Jan 2013). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.110.025301> .
- [168] STEFFEN PATRICK RATH, *Production and investigation of quasi-two-dimensional Bose gases*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (2010).
- [169] TARIK YEFSAH, *Thermodynamique du gaz de Bose à deux dimensions*. Thèse de doctorat, Université Paris VI (2011).
- [170] THOMAS PLISSON, *Propriétés d'équilibre et de transport de gaz de Bose bidimensionnels en présence de désordre*. Thèse de doctorat, École Polytechnique (2012).

- [171] G. REINAUDI, T. LAHAYE, Z. WANG et D. GUÉRY-ODELIN, « Strong saturation absorption imaging of dense clouds of ultracold atoms ». *Opt. Lett.* **32** (21), 3143–3145 (Nov 2007). <http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-32-21-3143> .
- [172] ABDOULAYE CAMARA, *Imagerie de haute résolution d'un condensat de Bose-Einstein*. Thèse de diplôme, Université Paris 13 (2012).
- [173] G. E. MARTI, R. OLF et D. M. STAMPER-KURN, « A Collective Excitation Interferometer for Rotation Sensing with a Trapped Bose-Einstein Condensate ». *ArXiv e-prints* (Sep 2012). [1210.0033](https://arxiv.org/abs/1210.0033), <http://arxiv.org/abs/1210.0033> .
- [174] F. GERBIER, P. BOUYER et A. ASPECT, « Quasicontinuous Atom Laser in the Presence of Gravity ». *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4729–4732 (May 2001). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.86.4729> .
- [175] MARCUS GILDEMEISTER, *Trapping ultracold atoms in time-averaged adiabatic potentials*. Thèse de doctorat, University of Oxford (2010).

Résumé

Cette thèse présente la production d'un gaz dégénéré de rubidium 87 dans le régime quasi bidimensionnel (2D) et l'étude des modes collectifs de ce gaz. Nous montrons que le gaz quasi-2D peut être amené en dessous du seuil de la transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless. Nous montrons le caractère superfluide du gaz dégénéré par la présence des modes quadrupolaire et ciseaux, dont nous mesurons les fréquences d'oscillation. Son caractère bidimensionnel est vérifié par la mesure de la fréquence du mode monopolaire. Nous mettons en évidence l'influence du confinement transverse et de la troisième dimension sur la fréquence de ce mode.

Pour produire le superfluide, un condensat de Bose-Einstein est d'abord produit dans un piège quadrupolaire bouché par un faisceau laser très désaccordé et soigneusement optimisé pour réduire les pertes Majorana par renversement de spin. Le condensat est ensuite transféré vers un « piège habillé », c'est-à-dire un potentiel adiabatique dans lequel les atomes sont habillés par un champ radiofréquence. Pour rendre le piège plus anisotrope, le gradient magnétique est augmenté au maximum, ce qui nous permet d'explorer le régime quasi-2D pour le gaz de Bose. Les deux types de piège utilisés sont caractérisés en détail. Nous tirons parti de la souplesse du potentiel adiabatique pour exciter et étudier les modes collectifs.

Mots-clés

Modes collectifs — Gaz bidimensionnel — Superfluide — Piège habillé — Condensat de Bose-Einstein — Pertes Majorana — Piège quadrupolaire bouché — Potentiels adiabatiques — Radiofréquence

Abstract

This thesis presents the production of a degenerate rubidium 87 gas in the quasi two-dimensional (2D) regime and the study of collective modes of this gas. We show that the gas can be prepared below the Berezinskii-Kosterlitz-Thouless transition threshold. The superfluid nature of the gas is demonstrated through the observation of the quadrupole and scissors modes. We measure their oscillation frequencies. The bidimensional character of the gas is evidenced through the measurement of the monopole mode frequency. We show the influence of the third, hidden, dimension on this oscillation frequency.

In order to produce the superfluid, a Bose-Einstein condensate is first produced in a magnetic quadrupole trap plugged by a far off-resonance laser beam, carefully optimized to overcome Majorana spin flip losses. The condensate is then transferred to the « dressed trap », i.e. the adiabatic potential seen by the radiofrequency dressed atoms. We ramp up the magnetic gradient to its maximum value in order to increase the trap anisotropy, and eventually reach the quasi-2D regime for the Bose gas. The two kinds of trap used are characterized in detail. We take advantage of the adiabatic potential smoothness in order to excite and study the collective modes.

Keywords

Collective modes — Two-dimensional gas — Superfluid — Dressed trap — Bose-Einstein condensate — Majorana losses — Optically plugged quadrupole trap — Adiabatic potentials — Radiofrequency